

Сферическая поверхность

Как мы знаем, линза есть тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Поэтому для того, чтобы досконально разобраться с формулой линзы, следует рассмотреть преломление света на *одной* сферической поверхности.

ЗАДАЧА 1. Точечный источник S расположен в воздухе на расстоянии a от *выпуклой* (т. е. обращённой выпуклостью к источнику) сферической поверхности радиуса R , показатель преломления которой равен n . Предположим, что поверхность создаёт действительное изображение S' , находящееся на расстоянии b от неё (т. е. $SS' = a + b$). Покажите, что

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n-1}{R}. \quad (1)$$

Указание. Углы считаем малыми. Наряду с лучом, идущим по оси симметрии (ОС), рассматриваем луч, выходящий из S под углом φ к ОС. Угол падения этого луча на сферическую поверхность обозначаем $n\alpha$. Из точки падения луча на сферическую поверхность опускаем перпендикуляр x на ОС. Выражаем x через a , b , α , φ из трёх треугольников, получаем два уравнения, перегруппируем члены и делим уравнения друг на друга так, чтобы углы сократились.

ЗАДАЧА 2. Перейдя в формуле (1) к пределу при $a \rightarrow \infty$, найдите фокусное расстояние f_b сферической поверхности. Убедитесь, что формулу (1) можно записать в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{n}{f_b}.$$

(Смысл индекса в обозначении f_b скоро прояснится.)

$$\frac{1-u}{R^2} = qf$$

ЗАДАЧА 3. Перейдя в формуле (1) к пределу при $b \rightarrow \infty$, найдите фокусное расстояние f_a сферической поверхности. Убедитесь, что формулу (1) можно записать в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{b} = \frac{1}{f_a}.$$

При каком соотношении между a и f_a изображение источника будет действительным?

$$vf < v \text{ или } \frac{1-u}{R} = vf$$

ЗАДАЧА 4. Рассмотрите случай $a < f_a$. Убедитесь на рисунке, что изображение получается мнимым. Что изменится в формуле (1)?

ЗАДАЧА 5. Перейдите в формуле (1) к пределу при $R \rightarrow \infty$ и изучите соответствующую физическую ситуацию.

ЗАДАЧА 6. Убедитесь, что формула (1) при $n = -1$ описывает сферическое зеркало (при определённых предположениях о знаках величин a , b , R).

ЗАДАЧА 7. Предположим теперь, что сферическая поверхность является не выпуклой, а *вогнутой*. Покажите на рисунке изображение источника S . Формула (1) сохраняет свой вид и в этом случае; какие величины в ней следует считать отрицательными?

ЗАДАЧА 8. Теперь рассмотрим общую ситуацию. Пусть источник S находится в среде с показателем преломления n_a на расстоянии a от сферической поверхности, имеющей радиус R и показатель преломления n_b ; изображение S' находится на расстоянии b от поверхности. Покажите, что

$$\frac{n_a}{a} + \frac{n_b}{b} = \frac{n_b - n_a}{R}.$$

Найдите фокусные расстояния f_a и f_b . Убедитесь, что $f_a/n_a = f_b/n_b$.