

Турнир Архимеда

2022 год, зимний тур

Задача 1. [4 балла] На экране высвечено число 48. При нажатии кнопки все цифры числа перемножаются, к результату прибавляется 27, полученное число высвечивается на экране (предыдущее число стирается). Кнопку нажали 2022 раза. Какое число теперь на экране?

Задача 2. [2+5 баллов] На клетчатой бумаге нарисованы схемы лабиринтов (рис. 1, 2). Шарик может двигаться по лабиринту в одном из четырёх направлений с постоянной скоростью (вправо, влево, вверх и вниз, начальное направление показано стрелочкой). При столкновении с барьером шарик отражается от него, меняя направление движения на 90° . Барьер после удара шарика поворачивается на 90° относительно своего центра. Если шарик касается внешней стенки лабиринта, он останавливается.

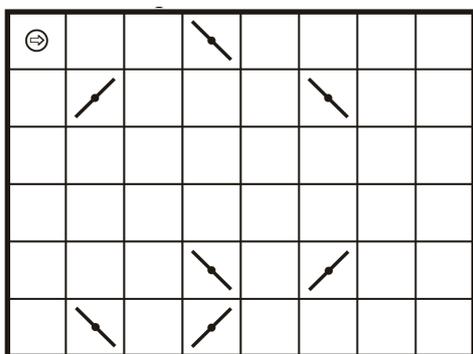


Рис.1

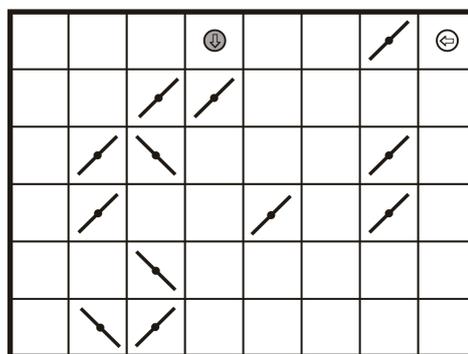


Рис.2

1. В лабиринте движется один шарик. На рисунке 1 изображено начальное состояние лабиринта. Изобразите конечное состояние лабиринта.
2. В лабиринте одновременно начинают двигаться два шарика. При столкновении шариков направления их движений меняются на противоположные. На рис. 2 изображено начальное состояние лабиринта. Изобразите конечное состояние лабиринта (начальные скорости шариков одинаковые, после любых столкновений скорости не меняются).

Задача 3. [6 баллов] **Палиндром.** Найдите какое-нибудь натуральное число, кратное 2^{14} (произведение четырнадцати двоек, $2^{14} = 128^2$) и читаемое одинаково слева направо и справа налево.

Задача 4. [6 баллов] На нескольких карточках Вася написал цифру, а на обороте — букву (если цифры равны, то буквы одинаковы, если цифры различны, то буквы различны). Вася выкладывает из карточек слово, и вычисляет сумму (или произведение) записанных на них цифр. Если выложить слово ЛОМ, то сумма равна 5, слово МОЛВА — сумма 21, слово ВОЛ — сумма 13, слово ВИНА — сумма 29. Какая сумма может получиться, если выложено слово ЛИАНА? Какое произведение может получиться, если выложено слово МИНА? Укажите все ответы.

Задача 5. [6 баллов] На клетчатой доске 7×9 требуется расставить 24 крестика (в каждой клетке не более одного крестика) так, чтобы в любом квадрате 3×3 было ровно 4 крестика, а в любом квадрате 5×5 — не менее 14 пустых клеток. Возможно ли это? Если да, нарисуйте пример. Если нет, объясните почему.

Задача 6. [7 баллов] В замке живут Рыцари и Лжецы. Рыцари всегда говорят правду, Лжецы всегда лгут. Известно, что все жители разного возраста и количество золотых монет у всех разное. Каждый житель замка высказал два утверждения: 1) «Нет трёх жителей старше меня», 2) «Хотя бы у пяти жителей больше золотых монет, чем у меня». Могло ли это быть? Если да, сколько жителей могло быть в замке (укажите все ответы)?

Задача 7. [8 баллов] Домики Винни-Пуха (ВП), Пятачка (П) и Кролика (К) стоят на берегу круглого озера, вокруг которого проложена тропа. В понедельник П вышел из дома в 10:00, а ВП в 10:40. Друзья пошли в гости к К и добрались до места в 12:00 (при этом мимо домов друг друга они не проходили). На следующий день ВП вышел в 10:00, а П в 10:20 и пошли они в направлениях, противоположных тем, которые были у них в понедельник. Во вторник ВП и П встретились у домика К в 12:00. Встречались ли они пока шли по тропе? Скорости ВП и П не обязательно равны между собой, но одни и те же во все дни. Обоснуйте Ваш ответ.

Задача 8. [8 баллов] В кладовой Царя Гороха (ЦГ) лежат 2007 мешков с монетами, в каждом из них — ровно 2022 монеты. Мешки пронумерованы различными числами от 1 до 2007. ЦГ выбирает один из мешков и перекладывает из него по одной монете в мешки с номерами большими, чем у выбранного. Иван Царевич (ИЦ) имеет право указать номера нескольких мешков, а ЦГ сообщает, ему, сколько всего монет оказалось в указанных мешках после перекалывания (в сумме!). Сможет ли ИЦ определить номер выбранного ЦГ мешка? Если да, объясните как. Если нет, объясните почему.

Критерии награждения

- Диплом I степени — от 39 до 52 баллов.
- Диплом II степени — от 28 до 38 баллов.
- Диплом III степени — от 18 до 27 баллов.