

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

8 класс, 2022 год, вариант 2

1. На занятии математического кружка Антон предложил отгадать задуманную им обыкновенную дробь и дал 2 подсказки. Если числитель дроби оставить без изменения, а знаменатель возвести в квадрат, то получится дробь, равная $1/9$. Если же числитель дроби увеличить на 1, а знаменатель уменьшить на 1, то получится дробь, равная 1. Через некоторое время ученики попросили еще подсказку. Узнав, что эта дробь больше, чем $1/2$, дали ответ. Какую дробь задумал Антон? В ответ записать дробь без сокращений.

2. Найдите все варианты троек $(x; y; z)$, при которых выполняется уравнение

$$\sqrt{|2x| + x - 6} + \sqrt{|2y| \cdot |2 - x|} + \sqrt{|2z| + |x - 2| \cdot |x + 6|} = 0.$$

3. В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$ так, $AD = 2BC$. Точка E принадлежит AB так, что $AB \perp DE$. Найдите периметр $\triangle ECD$ если $ED = m$, $CD = n$.

4. Известно, что окружность с центром $E(0; \frac{1}{3})$ проходит через точку $K(\frac{1}{3}; \frac{1+\sqrt{8}}{3})$. Какую площадь имеет фигура, ограниченная этой окружностью и графиками функций $y = 3 - |x|$ и $5y - x = -9$?

5. На стороне AC равнобедренного $\triangle ABC$ с основанием BC взята точка A_1 , а на продолжении стороны BC за точку C точка C_1 так, что $\triangle BA_1C_1$ равнобедренный с вершиной в точке A_1 . $\angle A_1BC_1 = \frac{1}{2}\angle ABC$, $3AB = 2bC$, $C_1A_1 \cap AB = B_1$. Найдите отношение площади $\triangle ABC$ к площади $\triangle BB_1C_1$.

6. На горно-обогатительный комбинат привозят руду с трех месторождений. Хранилища комбината имеют фиксированный объём. На месторождениях работают люди и техника - невыгодно, чтобы они простаивали. У каждого месторождения своя система доставки, поэтому скорости доставки различны. Управляющий рассчитывает оптимальные способы подвоза руды, чтобы хранилище было заполнено рудой с разных месторождений. Выяснилось, что можно принимать руду со всех трех месторождений сразу в течение 4 часов. Второй вариант заполнения: с первого месторождения возить руду в течение 6 часов, со второго и третьего в течение 2 часов. Проверяется еще один вариант: возить с первого месторождения 5 часов, со второго 3 часа. Сколько часов надо тогда подвозить руду с третьего месторождения, чтобы заполнить хранилище?