

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

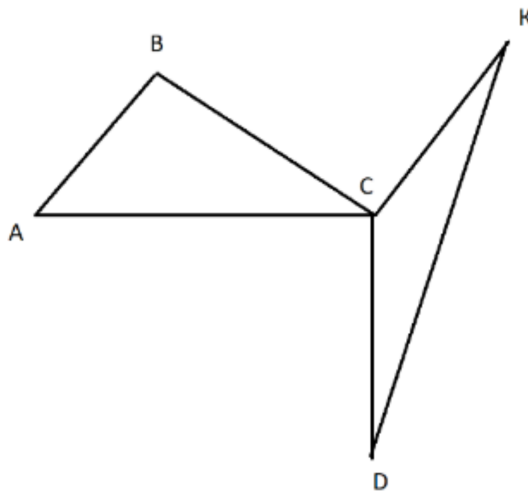
8 класс, 2021 год, вариант 1

1. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2+ax-a}{x^2-5x+6} = 0$ имеет ровно одно решение?

2. Решите уравнение:

$$\sqrt{\frac{5\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{x - 5} - \frac{3\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + 2}} - |x - 4| = 0.$$

3. $\triangle ABC$ — остроугольный. Отрезок $CK \perp CB$ и $CK = CB$; отрезок $CD \perp AC$ и $CD = AC$, как показано на рисунке. Найти площадь $\triangle ABC$, если площадь $\triangle CKD = 18$.



4. При каких значениях параметра a площадь фигуры, ограниченной на координатной плоскости xy линиями $y = \frac{x}{2} + 1$, $y = \frac{x}{2} - 1$, $x = a - 1 - a^2$, $x = a^2 - 3a + 1$, равна 16?

5. В $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 12$, $AC = 16$ и $BC = 7$, проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 пересекающиеся в точке P . Продолжение высоты $\triangle ABA_1$, проведенной из точки B , пересекает сторону AC в точке B_1 , а биссектрису CC_1 в точке T . Найти $AP : PB_1$ и $BT : TA_1$.

6. Новогодние гирлянды упаковывают для перевозки в магазин. При собирании их в пучки по 6, 7 или 8 штук остается каждый раз одна лишняя. При количестве пять в пучке лишних не остается. Каково количество гирлянд? Известно, что их не более 1500 и не менее 600.