

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## 9 класс, 2019 год, вариант 4

1. Внутри ромба  $ABCD$  построен равносторонний треугольник  $AMB$ . Найдите угол  $CMD$ .
2. Мимо бассейна объёмом  $400 \text{ м}^3$  литров воды шли 37 слонов. Часть из них решило освежиться. После их водных процедур выяснилось, что в среднем каждый слон использовал столько кубометров воды, сколько слонов не участвовали в купании. Известно, что в бассейне остался наименьший из возможных объём воды. Определите, какой объём воды остался в бассейне, сколько воды было израсходовано. Какое наибольшее количество слонов при таких условиях могло участвовать в купании?
3. Определить количество решений системы

$$\begin{cases} (3-x) \cdot |x+1| = y, \\ y-6 = a \cdot (x-3) \end{cases}$$

в зависимости от параметра  $a$ .

4. Имеется 20 шаров с числами  $1, 2, \dots, 10$ , каждое число встречается по два раза. Эти шары случайным образом раскладываются по два в 10 корзин. Из каждой корзины извлекается один шар. Какова вероятность того, что на извлеченных шарах все числа различны?
5. Решите неравенство:

$$\frac{2x^2 - x + 7}{\sqrt{2x^2 - x + 3}} \leq 7 - \sqrt{9 + \sqrt{16x^4 - 8x^2 + 1}}.$$

6. Внутри выпуклого четырехугольника пять прямых делят его на шесть четырехугольников, а две его противоположные стороны — на шесть одинаковых частей каждую. Найдите площадь четвертого из полученных четырехугольников, если сумма площадей первого, пятого и шестого равна 60.