

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

8 класс, 2019 год, вариант 1

1. При каком значении параметра m сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 + (m + 1)x + 2m - 2 = 0$$

будет наименьшей?

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} y^2 + x^2 = 2xy + 4, \\ \frac{(y + 2) \cdot (x - 4)}{x^2 - 6x + 8} = x - 2. \end{cases}$$

3. В треугольнике ABC $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$. На стороне AB взята точка M так, что $AM = MB$. Найдите $\angle AMC$.

4. Найдите, при каких значениях a уравнение $f(x) = p(x)$ имеет одно решение:

$$f(x) = \left| \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{(x + 2)(x + 4) - 3x - 12} \right|, \quad p(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 16} + a.$$

5. У Пети и Маши целое число рублей у каждого. Петя говорит Маше: «Если ты дашь мне 3 рубля, у меня будет в n раз больше рублей, чем у тебя». Маша отвечает: «Если ты дашь мне n рублей, у меня будет в 3 раза больше рублей, чем у тебя».

Какие натуральные значения может принимать n , если ребята говорят правду?

6. В параллелограмме $ABCD$ точки M, K, L, N лежат на сторонах AB, BC, CD, AD соответственно. $AM : MB = CK : KB = CL : LD = AN : ND = 1 : 3$. Точка O лежит внутри $ABCD$ так, что площади четырехугольников $OKCL, OLDN, ONAM$ равны 6, 24 и 12 соответственно, то есть $S_{OKCL} = 6$, $S_{OLDN} = 24$, $S_{ONAM} = 12$. Найдите площадь четырехугольника $OMBK$.