

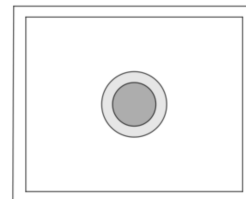
Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

9 класс, 2018 год, вариант 2

1. Решите уравнение

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 - \cos \frac{x^2 - 4 + x\sqrt{2}}{18} = 0.$$

2. Дима посадил в центре прямоугольного листа бумаги размером 15 см на 20 см круглую кляксу радиусом 2 см. Сразу после этого Дима посадил ещё одну такую кляксу, которая также целиком оказалась на листе. Найдите вероятность того, что эти две кляксы пересекаются.



3. Дан треугольник ABC , где $BA = 5$, $BC = 8$. В треугольник вписана окружность, касающаяся стороны BC в точке P . Известно, что $BP = 3$. Найдите площадь треугольника BMP , где M — точка касания окружности со стороной AC .

4. По ряд в строчку выписана 2018 цифр. Известно, что в этой строчке каждое двузначное число, записываемое двумя соседними цифрами (в том порядке, в каком они записаны), делится на 17 или на 23. В этой строчке последняя цифра 5. Какая цифра в строчке первая? Дать обоснованный ответ.

5. Решите неравенство

$$\left(2 + \sqrt{x - 4\sqrt{x - 4}}\right) : \left(-2 + \sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}}\right) \geq \sqrt{x - 8}.$$

6. На плоскости xOy укажите все точки, через которые не проходит ни одна из кривых, заданных уравнением

$$ax^2 + (1 - 6a)x + 2 - a - 2y + ay^2 = 0.$$

7. Пусть S_n — сумма n первых членов арифметической прогрессии $\{a_n\}$. Известно, что

$$S_{n+1} = 2n^2 - 21n - 23.$$

1. Укажите формулу n -го члена этой прогрессии.
2. Найдите наименьшую по модулю сумму S_n .
3. Найдите наименьшее n , при котором S_n будет квадратом целого числа

8. В прямоугольном треугольнике ABC с катетами $AC = 3$ и $BC = 2$ проведены медиана CM и биссектриса CL .

1. Найдите отношение площадей треугольников CML и ABC .
2. Найдите тангенс угла MCL .