

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## 9 класс, 2018 год, вариант 1

1. Решите уравнение

$$(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x + 4)(x^2 + 3x + 5) = 15.$$

2. Ваня и Дима пошли на рынок. У Вани было 1000 рублей, а у Димы — 2000 рублей. Они покупали что-то независимо друг от друга, а в какой-то момент они встретились и решили купить модель танка за 1800 рублей. Найдите вероятность того, что оставшейся у них суммы хватит на это.

3. На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $E$  и  $F$  такие, что  $AF = AC$  и  $BE = BC$ . Найдите угол  $ECF$ .

4. Ваня в вершинах квадрата записал четыре натуральных числа, затем он возле каждой стороны записал произведение чисел в её концах. Проходящей мимо Ксюше Ваня сообщил, что сумма этих произведений равна 143. Ксюша, не смотря на рисунок Вани, немного подумала и назвала сумму чисел в вершинах, с чем Ваня согласился. Какое число назвала Ксюша? Дать обоснованный ответ.

5. Решите неравенство

$$\sqrt{x} \left( \frac{-x^2 + 81 + (x - 9)\sqrt{x^2 + 6x - 27}}{9 - x^2 + (x + 3)\sqrt{x^2 + 6x - 27}} \right) \sqrt{\frac{x - 3}{x + 9}} \geq \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение имеет только одно решение

$$|x - a^5 + a| + |x + a + 32| = a^3 + a^2 - a + 2.$$

7. а) Имеют ли общие члены две последовательности: 3; 16; 29; 42; ... и 2; 19; 36; 53; ...? (если да — привести пример, если нет — объяснить почему)

б) Имеют ли общие члены две последовательности: 5; 16; 27; 38 ... и 8; 19; 30; 41; ...? (если да — привести пример, если нет — объяснить почему)

в) Определите, какое наибольшее количество общих членов может быть у арифметических прогрессий 1; ...; 1000 и 9; ...; 999 если известно, что у каждой из них разность является целым числом, отличным от 1.

8. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ . Площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны. Найдите площадь треугольника  $AOB$ , если известно, что  $AB = 13$ ,  $BC = 10$ ,  $CD = 15$ ,  $DA = 24$ .