

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

8 класс, 2018 год, вариант 1

1. Найти все натуральные значения n , для которых число $n^4 - n^3 + n^2 + 2$ является простым.
2. Может ли дискриминант квадратного уравнения с целыми коэффициентами быть равным 7?
3. Найдите все такие k и b , при которых система уравнений

$$\begin{cases} y + 2|x| = 2, \\ y = kx + b \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений.

4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и BP . На высоте AD взята точка M , а на высоте BP — точка N так, что $\angle BMC = \angle ANC = 90^\circ$, $MN = 4 + 2\sqrt{3}$, $\angle MCN = 60^\circ$. Найдите биссектрису угла C треугольника MCN .
5. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми равно 70 км, выехал велосипедист, а через некоторое время — мотоциклист, двигавшийся со скоростью 50 км/ч. Мотоциклист догнал велосипедиста на расстоянии 20 км от пункта A . Прибыв в пункт B , мотоциклист через 48 мин выехал обратно в пункт A и встретился с велосипедистом спустя 2 ч 40 мин после выезда велосипедиста из пункта A . Найдите скорость велосипедиста.
6. Винни-Пух и Пятачок делят конфеты. Если Винни возьмет у Пятачка несколько конфет, то у него станет конфет в 4 раза больше, чем у Пятачка. Если же Пятачок заберет у Винни 90 конфет из его первоначального количества, то у Пятачка станет конфет в 5 раз больше, чем у Винни. Какое минимально возможное количество конфет могло быть у Пятачка и Винни-Пуха первоначально?