Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

10 класс, 2016 год, вариант 1

1. Сравните числа $\left(\frac{2016}{2017}\right)^4$ и $\left(\frac{2015}{2016}\right)^5$.

2. Вычислить $\frac{1580\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}-x}$, где $x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2016}{1580}} - \sqrt{\frac{1580}{2016}}\right)$.

3. На новогодний корпоратив четверо сотрудников привели по одному ребенку. Для них в течение вечера разыгрывали шесть подарков. Какова вероятность, что ни один ребенок не ушел с праздника без подарка?

4. Решите уравнение $\sqrt[4]{79 + \sqrt[3]{24 + \sqrt{x}}} - \sqrt[4]{85 - \sqrt[3]{30 - \sqrt{x}}} = 0$.

5. Найти, при каких a уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x + \sin x} + \frac{1}{\sin^2 x + 3\sin x + 2} + \frac{1}{\sin^2 x + 5\sin x + 6} + \frac{1}{\sin^2 x + 7\sin x + 12} = a$$

не имеет решений.

6. Цена на товар повышалась в последний день каждого месяца на 5, $4\frac{1}{6}$, $2\frac{6}{7}$ или $6\frac{2}{3}$ процентов. Сколько прошло месяцев к тому моменту, когда первоначальная цена товара увеличилась ровно на 50%?

7. Решить неравенство: $\frac{2}{\sqrt{x}+x^2} + \frac{2\sqrt{x}}{1+x^2} + \frac{2x^2}{\sqrt{x}+1} \geqslant 3$.

8. В остроугольном треугольнике ABC $\angle B = 75^\circ$, длина $AC = 2$ см, H — точка пересечения его высот. Площадь треугольника AHC равна $\sqrt{12} - 3$ см^2. Найти площадь треугольника ABC.