

# Олимпиада САММАТ

8 класс, 2023 год

1. Рассмотрим три самых маленьких простых числа: 2, 3 и 5. Сколько существует различных трехзначных чисел, которые делятся без остатка на любые два из этих простых чисел и не делятся на третье?

2. Установить, какое из чисел больше:  $2023^{2023} + 2021^{2021}$  или  $2023^{2021} + 2021^{2023}$ .

3. В ромбе  $ABCD$  величина угла  $B$  равна  $40^\circ$ ,  $E$  — середина  $BC$ ,  $F$  — основание перпендикуляра, опущенного из  $A$  на  $DE$ . Найдите величину угла  $DFC$ .

4. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + y + az = 2, \\ x + ay + z = -1, \\ ax + y + z = -1. \end{cases}$$

5. Существует ли натуральное  $n$ , такое что  $n^2 + n + 1$  делится на 1001?

6. Среди чисел от 1 до 500 выбрали 430. Докажите, что произведение каких-то двух делится на 35.

7. Задан отрезок  $a$ . С помощью циркуля и линейки (без масштаба измерения) построить отрезок  $b = a \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{2}}$ . Все этапы построения подробно описать.

8. Решить уравнение

$$4\sqrt{x-3} - \frac{1}{16}x^2 = 3.$$

9. Найти нечетное трехзначное число, если известно, что сумма квадратов чисел сотен и единиц не превосходит удвоенного числа сотен, а квадрат числа десятков превосходит квадрат суммы чисел сотен и единиц более чем на 60.

10. Дано уравнение  $x^2 + ax + 6 = 0$ ,  $x_1, x_2$  — его корни, причем  $x_1^2 + x_2^2 = 13$ . Найти  $x_1 + x_2$ .