

# Олимпиада САММАТ

7 класс, 2021 год

1. Степан спросил у Макара, сколько подъездов в доме, где живет Макар. Вместо ответа Макар сказал следующее: «В моем доме в каждом подъезде одинаковое число этажей с одинаковым числом квартир, при этом число этажей больше числа квартир на этаже, которое, в свою очередь, больше числа подъездов, а всего в доме 80 квартир». Сколько подъездов в доме у Макара?
2. Укажите наименьшее положительное число, обладающее следующими свойствами: 27% и 45% от него — целые числа.
3. Даны различные числа  $x$  и  $y$  такие, что  $\frac{x}{y} + x = \frac{y}{x} + y$ . Найдите  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ .
4. Представить число 1 в виде суммы пяти дробей вида  $\frac{1}{n}$  с различными натуральными знаменателями  $n$ .
5. Какое из чисел больше:  $\frac{202020202023}{202020202027}$  или  $\frac{202120212024}{202120212028}$ ? Ответ обосновать с помощью алгебраического решения (не прибегая к непосредственному делению).
6. Имеются чашечные весы и гирька массой 1 грамм. Как, воспользовавшись весами 11 раз, взвесить 2021 грамм сахара-песка, если после каждого взвешивания новая порция сахара отсыпается в отдельную емкость? Приведите последовательность взвешиваний.
7. В черном ящике лежат 40 разноцветных елочных шаров: 14 красных, 10 золотистых, 8 зеленых и 8 синих. Какое наименьшее число елочных шаров нужно вытащить Пете из ящика, чтобы среди них обязательно оказалось: 1) 2 красных шара? 2) 1 красный шар и 1 золотистый? 3) 3 шара одного цвета?
8. Найдите все такие трехзначные числа  $N$ , что сумма цифр числа  $N$  в 11 раз меньше самого числа  $N$  (ответ обоснуйте).
9. Найдите пару натуральных чисел  $k$  и  $n$  таких, что

$$k^n = 2019 \cdot 2020 \cdot 2021 + 2020 \quad (n \neq 1).$$

10. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  биссектриса  $AE$  равна отрезку  $EC$ . Найти длину гипотенузы  $AC$ , если длина катета  $AB$  равна  $a$ .