

Олимпиада «Физтех» по математике

11 класс, 2024 год, вариант 2

1. Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

81

2. Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

9

3. Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок — простое число. Пусть p и q — две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.

{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36}

4. Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 — центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 — в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.

 $\frac{8}{6\sqrt{13}}$

5. Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?

первое больше

6. Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость — α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках? (Пирамиды считаются различными, если их множества вершин различны.)

082

7. Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S — вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y — на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .

 $\frac{2}{3}\sqrt{3}$