

## Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 4

1. За круглый стол сели 28 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Все магистры знают, к какому из двух орденов принадлежит любой магистр, сидящий за столом. Каждый из сидящих за столом дал ответы на два вопроса: к какому ордену принадлежит его сосед слева и к какому ордену принадлежит его сосед справа. Мудрецу, который знает, что за столом есть магистры ордена Лжецов, но их меньше, чем магистров ордена Рыцарей, сообщили количество ответов «орден Рыцарей» и ответов «орден Лжецов». После этого мудрец смог точно назвать количество магистров из ордена Лжецов. Какое наименьшее количество ответов «орден Лжецов» могло быть получено?

79

2. Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют соотношению

$$7(x^3 + y^3) + 11(x + y)^3 - 63xy + 486 = 0.$$

Найдите максимально возможное значение суммы  $x + y$ .

81

3. На сторонах  $AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $D$  и  $E$  соответственно, а отрезки  $BD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $F$ . Пусть  $G$  — такая точка на отрезке  $AC$ , что прямая  $BG$  делит  $CF$  пополам. Известно, что  $BE = EF = 5$ ,  $CD = DF = 10$ ,  $AG = 18$ . Найдите  $AE$ .

81

4. Найдите количество различных значений функции  $f(x) = [x] + [2x] + [3x] + [4x] + \left[\frac{5x}{3}\right]$  таких, что  $f(x) \in [70; 280]$ .

Здесь  $[x]$  обозначает целую часть числа  $x$  — наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ . Например,  $[1,7] = 1$ ,  $[-1,7] = -2$ .

881

5. У Олега есть конфеты 16 сортов. Он хочет выложить конфеты в ряд так, чтобы для любых двух различных сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ему для этого хватит?

1281