

Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 4

1. За круглый стол сели 28 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Все магистры знают, к какому из двух орденов принадлежит любой магистр, сидящий за столом. Каждый из сидящих за столом дал ответы на два вопроса: к какому ордену принадлежит его сосед слева и к какому ордену принадлежит его сосед справа. Мудрецу, который знает, что за столом есть магистры ордена Лжецов, но их меньше, чем магистров ордена Рыцарей, сообщили количество ответов «орден Рыцарей» и ответов «орден Лжецов». После этого мудрец смог точно назвать количество магистров из ордена Лжецов. Какое наименьшее количество ответов «орден Лжецов» могло быть получено?

79

2. Некоторые числа x и y удовлетворяют соотношению

$$7(x^3 + y^3) + 11(x + y)^3 - 63xy + 486 = 0.$$

Найдите максимально возможное значение суммы $x + y$.

8-

3. На сторонах AC и AB треугольника ABC взяты точки D и E соответственно, а отрезки BD и CE пересекаются в точке F . Пусть G — такая точка на отрезке AC , что прямая BG делит CF пополам. Известно, что $BE = EF = 5$, $CD = DF = 10$, $AG = 18$. Найдите AE .

81

4. Найдите количество различных значений функции $f(x) = [x] + [2x] + [3x] + [4x] + \left[\frac{5x}{3}\right]$ таких, что $f(x) \in [70; 280]$.

Здесь $[x]$ обозначает целую часть числа x — наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[1,7] = 1$, $[-1,7] = -2$.

881

5. У Олега есть конфеты 16 сортов. Он хочет выложить конфеты в ряд так, чтобы для любых двух различных сортов нашлись рядом лежащие конфеты этих сортов. Какого наименьшего количества конфет ему для этого хватит?

1281