

Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 3

1. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведены биссектрисы AP и CQ . Точки M и N — проекции точек Q и P на сторону AC соответственно. Найдите MN , если расстояние от вершины B до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , равно $17\sqrt{2}$.

34

2. У Васи есть карточки с числами 2000, 2001, ..., 2051, 2052 (на каждой карточке записано ровно одно число; есть ровно одна карточка с каждым из указанных чисел). Сколькими способами он может выбрать 4 карточки так, чтобы сумма чисел на выбранных делилась на 3?

71926

3. Найдите количество пар целых чисел x и y , удовлетворяющих соотношению

$$\frac{7}{x} - \frac{6}{y} = \frac{1}{1008}.$$

479

4. Дана клетчатая прямоугольная доска размером 10×12 . За один ход фишку можно передвинуть либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно переместить фишку из левого нижнего угла доски (клетка с координатами $(1; 1)$) в правый верхний угол (клетка с координатами $(10; 12)$), если в процессе движения нельзя занимать клетку с координатами $(3; 9)$?

162560

5. За круглый стол сели 70 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда говорят правду). Каждому из них дали карточку, на которой написано натуральное число (все числа на карточках различны). Каждый из сидящих за столом сравнил своё число с числами на карточках соседей и сказал: «У меня число больше, чем числа у каждого из двух моих соседей». Какое наибольшее количество из сидящих за столом после этого может сказать: «У меня число меньше, чем числа у каждого из двух моих соседей».

89