

## Олимпиада «Физтех» по математике

## 11 класс, 2022/23 год, онлайн-этап, попытка 1

1. Вера написала на доске восьмизначное число. Надя переставила три первые его цифры в конец и написала полученное восьмизначное число на доске (например, если Вера написала 12345678, то Надя написала 45678123). Люба сложила два написанных на доске числа. Сколько различных чисел из отрезка  $[23100000; 23100140]$  могло получиться у Любы?

5

2. Найдите сумму квадратов всех решений уравнения

$$x^2 - 14[3x] + 152 = 0.$$

(Здесь  $[x]$  обозначает целую часть числа  $x$  — наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ . Например,  $[1,7] = 1$ ,  $-[1,7] = -2$ .)

4307

3. Сколькими способами в прямоугольнике  $60 \times 70$  можно разместить две кости домино  $1 \times 2$ ?

*Замечание.* Каждая кость занимает две соседние клетки.

34167891 или 683335782 — — — — — или 683335782

4. Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  радиусов 5 и 4 соответственно касаются друг друга внешним образом в точке  $T$ . Прямая  $\ell$  пересекает окружность  $\omega$  в точках  $A$  и  $B$ , а окружность  $\Omega$  — в точках  $C$  и  $D$ , причём  $B$  лежит между  $A$  и  $C$ ,  $C$  лежит между  $B$  и  $D$ , а центры окружностей лежат по одну сторону от  $\ell$ . Известно, что  $AB : BC : CD = 4 : 1 : 6$ . Найдите  $BC^2$ . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

 $\frac{385}{864} \approx 2,244$ 

5. На рёбрах  $BC$ ,  $AB$  и  $A_1B_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечены точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно так, что  $BC : BK = AL : LB = B_1M : MA_1 = 2$ . Прямая  $\ell$  пересекает прямые  $CD$ ,  $C_1K$ ,  $B_1D_1$  и  $LM$  в четырёх различных точках  $E$ ,  $F$ ,  $G$  и  $H$  соответственно. Найдите длину отрезка  $HE$ , если известно, что  $GE = 3$ .

5