

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2022 год

1. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда лгут. Однажды они собирали бананы и кокосы. Оказалось, что количество собранных бананов и количество собранных кокосов у всех разное. Каждый житель острова высказал два утверждения:

1. «Нет шести жителей, которые собрали бананов больше, чем я»,
2. «Хотя бы у семи жителей больше кокосов, чем у меня».

Могло ли это быть и, если да, сколько и каких жителей могло быть на острове? Укажите все возможные ответы.

13 жителей: 6 рыцарей, 7 лжецов

2. Работники должны были вскопать несколько одинаковых грядок. В первый день работники вскопали 10 грядок, причем каждый вскопал одинаковое количество (не обязательно целое число) грядок. На следующий день некоторые работники заболели COVID-19 и на работу вышло только 7 человек. Пришедшие работали половину рабочего дня с такой же производительностью, как и в первый день, и доделали оставшуюся работу.

Сколько всего грядок было на подсобном участке?

11

3. Будем обозначать \overline{abc} трехзначные числа, записанные цифрами a, b, c . Сколько существует трехзначных чисел, таких, что разность $\overline{abc} - \overline{acb}$ делится на 72 без остатка?

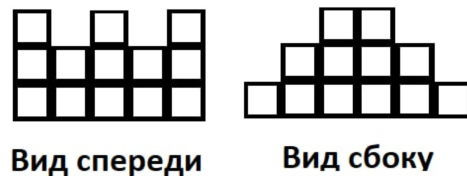
121

4. Найдите все пары натуральных чисел (x, y) , для которых выполнено равенство

$$(x + y) \cdot (x + y + 1) + 2y = 100.$$

(4; 5)

5. Петя строит замок из кубиков. В какой-то момент он изобразил недостроенный замок в трех проекциях: вид спереди, вид сбоку и вид сверху. Какое наименьшее количество кубиков может быть изображено на виде сверху?



6. К середине XXII века человечество освоило 100 обитаемых планет в других звездных системах. От каждой планеты расходится 40 гиперпространственных порталов, и к каждой планете ведёт 40 порталов от других планет. Все порталы строго односторонние, т. е. если есть портал, ведущий из A в B , то нет портала, ведущего из B в A . Мистер Риггз хочет добраться с Галатеей-37 на Пандору за наименьшее число гиперпространственных прыжков. Сколько прыжков ему может потребоваться (укажите все варианты)?