

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10 класс, 2022 год

1. Какое число окажется на 2022-м месте в бесконечной последовательности 12, 13, 14, 15, 16, 17, ..., если в ней удалить все квадраты и кубы каких-либо натуральных чисел (то есть удалить числа  $16 = 4^2$ ,  $25 = 5^2$ ,  $27 = 3^3$ , ...)?

8807

2. Решите неравенство

$$(18x^3 - 9x^2 - 2x + 1) \cdot \arccos(-2x - 1) \geq \arccos\left(\frac{1}{4 \sin 50^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4 \sin 40^\circ}\right).$$

$[0; \frac{8}{11}] \cap \{1\} \ni x$

3. Найдите количество натуральных делителей наибольшего целого значения выражения

$$xyz + xy + yz + zx + 2023,$$

если сумма неотрицательных чисел  $x$ ,  $y$  и  $z$  равна 2022.

02

4. Среди всех вписанных четырёхугольников найдите четырёхугольник  $ABCD$  с наименьшим периметром, в котором  $BC = CD = AD$  и все попарные расстояния между точками  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  выражаются целыми числами. Чему равна площадь этого четырёхугольника?

$\frac{1}{2} \sqrt{28}$

5. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$|x^3 + 2x^2 + x - a| + |x^3 - 2x^2 + x + a| < 4x^2 - 8x$$

представляет собой на числовой прямой промежуток длиной 2.

$8 = 2 \cdot 4 = 2$