

Олимпиада по математике
«Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

11 класс, 2023 год, вариант 2

1. Фитнес-центр продал 515 годовых абонементов, базовая цена каждого из которых составляла 8000 рублей. При этом каждый m -й продаваемый абонемент был акционный и продавался со скидкой равной 1000 руб. Покупатель каждого четвертого акционного абонемента получал, сверх того, и дополнительную скидку в размере 1500 руб. Определите число m , если итоговая выручка фитнес-центра от продажи абонементов составила 3 979 500 руб.

2. Решите уравнение $\sin(\cos x) = \sin(1 + \sin x)$.

3. Десятичная запись суммы $1+11+111+\dots+11\dots1$ оканчивается на 2023. Каким наименьшим может быть количество цифр в последнем слагаемом?

4. На поверхности правильного тетраэдра $ABCD$ построена замкнутая линия, каждая точка X которой обладает следующим свойством: длина кратчайшего пути по поверхности тетраэдра между X и серединой ребра AB равна длине кратчайшего пути по поверхности тетраэдра между X и серединой ребра CD . Найдите длину этой линии, если длина ребра тетраэдра равна 1.

5. При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_x 3} + \frac{1}{\log_y 3} = 1, \\ y = 3 - ax. \end{cases}$$

не имеет решений?

6. В неравностороннем треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и BB_1 . Известно, что $AA_1 : BB_1 = AC : BC$ и что радиус окружности, касающейся стороны AB и продолжений сторон CA и CB , равен 1. Найдите периметр треугольника ABC .

7. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 2x + 13} + \sqrt{2x^2 + 8x + 26}.$$

8. На плоскости отмечено 9 различных точек, среди которых есть красные, синие и зеленые. Точек других цветов нет. Известно, что сумма всех попарных расстояний между красными и синими точками равна 13, между красными и зелеными равна 11, а между синими и зелеными равна 1. Каким может быть количество красных отмеченных точек?