

Олимпиада по математике «Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

8–9 классы, 2016 год

1. Пять карточек лежат на столе, как показано на рисунке.



На каждой из карточек на одной стороне написано некоторая буква, а на другой стороне — натуральное число. Петр сказал: «Если на одной стороне карты написана гласная буква, то на другой стороне этой карты написано четное число». Перевернув одну карту, Катя показала, что Петр ошибается. Какую карту перевернула Катя?

2. Известно, что график функции $f(x) = x^2 - 2016x + 2015$ проходит через две различные точки с координатами (a, c) и (b, c) . Найдите сумму $a + b$.

3. В школе учатся 1200 школьников, у каждого из которых каждый день по пять уроков. Любой учитель этой школы проводит в день 4 урока. Сколько учителей работает в школе, если в каждом классе ровно 30 учеников?

4. Рассматривается последовательность чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2015}$. При этом

$$x_n = \begin{cases} 7, & \text{если } n \text{ делится на } 9 \text{ и } 32; \\ 9, & \text{если } n \text{ делится на } 7 \text{ и } 32; \\ 32, & \text{если } n \text{ делится на } 7 \text{ и } 9; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найдите сумму всех членов данной последовательности.

5. На плоскости расположены четыре различных окружности. Назовем точкой пересечения точку, в которой пересекаются не менее двух окружностей. Найдите наибольшее возможное число точек пересечения четырех окружностей.

6. Известно, что $2016 + a^2 + ac < ab$. Докажите, что уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два различных корня.

7. При анализе банковских счетов обнаружилось, что остатки средств на каждом из них больше 10 рублей. При этом нашлась группа клиентов, каждый из которых имеет на своем счете одинаковую денежную сумму. Эта сумма является числом, состоящим из одних единиц. Если сложить все денежные средства на счетах данной группы клиентов, то полученная сумма также будет представляться числом, состоящим из одних единиц. Найдите, при каком наименьшем числе клиентов в группе это возможно, если в группе больше одного человека.

8. На конференцию приехали несколько человек. Докажите, что их можно разместить в двух конференц-залах так, чтобы у каждого из них в своем зале имелось четное число знакомых. (Один из залов можно оставить пустым.)