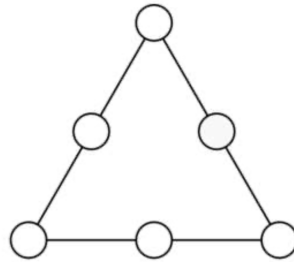


Олимпиада по математике
«Миссия выполнима. Твоё призвание — финансист!»

11 класс, 2016 год

1. Шесть последовательных натуральных чисел от 10 до 15 вписаны в круги на сторонах треугольника таким образом, что суммы трех чисел на каждой из сторон равны. Какое максимальное значение может принимать эта сумма?



2. Найти значение параметра p , при котором уравнение $px^2 = |x - 1|$ имеет ровно три решения.

3. Егоров решил открыть накопительный вклад для покупки автомобиля стоимостью 900 000 руб. Начальная сумма вклада равна 300 000 руб. Через месяц и далее ежемесячно Егоров планирует пополнять свой вклад на 15 000 руб. Банк начисляет ежемесячно проценты по ставке 12% годовых. Начисленные за месяц проценты перечисляются на вклад, и в следующем месяце на них также начисляются проценты. Через какое наименьшее число месяцев на вкладе будет сумма, достаточная для покупки автомобиля?

4. Решите уравнение $(x + 2)^4 + x^4 = 82$.

5. Код сейфа состоит из пяти идущих подряд цифр. Василий Петрович положил деньги в сейф, а когда захотел их забрать, выяснилось, что он забыл код. Он только помнил, что в коде были числа 21 и 16. Какое наименьшее количество пятизначных номеров необходимо перебрать, чтобы наверняка открыть сейф?

6. Конечная последовательность чисел x_1, x_2, \dots, x_N обладает следующим свойством:

$$x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}} \quad \text{для всех } 1 \leq n \leq N - 2.$$

Найдите максимально возможное число членов данной последовательности, если $x_1 = 20$; $x_2 = 16$.

7. Несколько бизнесменов решили открыть фирму и делить всю прибыль на равные части. Одного из бизнесменов назначили директором. Однажды этот директор фирмы перевел часть прибыли со счета фирмы на свой собственный счет. Эта часть денег была втрое больше, чем часть каждого из остальных, если бы они разделили остаток прибыли между собой поровну. После этого директор покинул фирму. Следующий директор фирмы, один из оставшихся бизнесменов, сразу же поступил точно также, как и предыдущий и т. д. В конце концов, предпоследний директор фирмы перевел на свой собственный счет часть прибыли, которая также была в три раза больше, чем осталось у последнего бизнесмена. В результате этих распределений доходов последний бизнесмен получил денег в 190 раз меньше, чем первый директор фирмы. Сколько бизнесменов открыли эту фирму?

8. Касательная l к окружности, вписанной в ромб, пересекает его стороны AB и BC в точках E и F соответственно. Докажите, что произведение $AE \cdot FC$ не зависит от выбора касательной l .