

## Олимпиада «Ломоносов» по математике

10 класс, 2023 год

1. Вычислите

$$\left[ \sqrt{45 - \sqrt{2023}} - \sqrt{45 + \sqrt{2023}} \right],$$

где  $[t]$  — это целая часть числа  $t$  (т. е. наибольшее целое число, не превосходящее  $t$ ).

01-

2. При каком наименьшем по модулю значении параметра  $\alpha$  уравнение

$$1234 \sin^{20} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) - 789 \cos^{23} \left( \alpha x - \frac{\pi}{4} \right) = 2023$$

имеет решение на отрезке  $[-\pi; \pi]$ ?

6'0-

3. В треугольнике  $ABC$  длины сторон  $AB = 84$ ,  $AC = 98$ . Точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .

97

4. Пловец решил переплыть реку. Сначала он взял направление перпендикулярно течению — и течение снесло его на 12 метров. Оттуда он решил вернуться туда, откуда начал — он взял направление на точку, из которой началось плавание, и теперь течение снесло его на 20 метров от желаемой точки. Найдите ширину реки.

6

5. Найдите площадь плоской фигуры, границы которой описываются уравнением

$$\left| |x| + ||y| - 3| - 3 \right| = 1.$$

46

6. Для укладки пола в квадратной комнате купили одинаковые квадратные плитки. 15 плиток оказались разбитыми. Оставшимися плитками выложили пол в другой комнате прямоугольной формы, в длину которой укладывается на 11 плиток больше, чем в ширину. Сколько плиток было куплено?

225

7. На подвешенном в воздухе кубике Рубика, на одном из его 54 квадратиков, сидит жучок. В какой-то момент он начинает движение по поверхности куба, передвигаясь за каждую секунду на соседний квадратик, т. е. на квадратик, имеющий общую сторону с текущим. Соседний квадратик для первого перемещения был выбран произвольно, а затем жучок следовал таким правилам:

1. при 2-м, 4-м и других четных перемещениях жучок не менял направления своего движения, т. е. покидал квадратик через сторону, противоположную той, через которую он на этот квадратик попал;
2. при 3-м, 5-м и других нечетных перемещениях жучок поворачивал направо (относительно своего движения).

Через 2023 с после начала движения жучок обратил внимание на то, что уже был на этом же квадратике 5 с назад. Через какое наименьшее число секунд после 2023-й жучок опять окажется на этом квадратике?

61

8. Есть два ряда — верхний и нижний, каждый из 6 точек (см. рисунок). Проводят отрезки с концами в противоположных рядах так, чтобы из каждой точки выходил ровно один отрезок. Сколько существует способов провести отрезки, чтобы среди всех пар отрезков было ровно 7 пар пересекающихся отрезков?



101