# Олимпиада «Курчатов» по математике

## 8 класс, 2022 год

**1.** В 20 ящиков разложили 60 черных и 60 белых шариков — по 6 шариков в каждый. Ваня заметил, что в каждом из первых 14 ящиков черных шариков оказалось больше, чем белых. Верно ли, что среди последних 6 ящиков точно найдется такой, в котором все шарики белые?

**2.** Гоша ввел в калькулятор натуральное число. Затем он 3 раза совершил следующую операцию из двух действий: сначала извлек квадратный корень, а затем у полученного числа взял целую часть. В итоге у него получилось число 1. Какое наибольшее число мог изначально ввести Гоша?

Напомним, целая часть числа — это наибольшее целое число, не превосходящее данное.

**3.** Назовем *маленькими* все натуральные числа, не превосходящие 150. Существует ли натуральное число $N$, которое не делится на какие-то 2 подряд идущих маленьких числа, но делится на 148 остальных маленьких чисел?

**4.** Дан треугольник $ABC$ такой, что $\angle BAC = 2\angle BCA$. Точка $L$ на стороне $BC$ такова, что $\angle BAL = \angle CAL$. Точка $M$ — середина стороны $ACC$. Точка $H$ на отрезке $AL$ такова, что $MH \perp AL$. На стороне $BC$ нашлась точка $K$ такая, что треугольник $KMH$ — равносторонний. Докажите, что точки $B$, $H$ и $M$ лежат на одной прямой.

**5.** Покупатель пришел в антикварный магазин. Торговец выложил на стол 2022 монеты, среди которых есть настоящие и фальшивые, и предупредил покупателя, что настоящих монет среди них больше половины. Для покупателя все монеты внешне неотличимы, а торговец знает, какие именно монеты настоящие, а какие — фальшивые.

За один ход происходит следующее:

- покупатель указывает на любые две монеты,
- торговец говорит, одного ли они типа,
- покупатель убирает одну из этих двух монет со стола.

Может ли покупатель добиться того, чтобы спустя 2021 ход на столе гарантированно осталась настоящая монета?