

# Открытая олимпиада школьников по математике

8 класс, 2023 год

1. Какое наибольшее количество равных прямоугольных треугольников, длины катетов которых равны 6 и 8, можно разместить в прямоугольнике  $10 \times 40$ ? Треугольники не должны иметь общих внутренних точек.
2. Дискриминант приведенного квадратного уравнения с корнями  $x_1$  и  $x_2$  равен 18, а дискриминант приведенного квадратного уравнения с корнями  $x_3$  и  $x_4$  равен 50. Какое значение может принимать дискриминант приведенного квадратного уравнения с корнями  $x_1 + x_3$  и  $x_2 + x_4$ ?
3. Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a > b$  и  $\frac{\text{НОК}(a,b)}{\text{НОД}(a,b)} = 300$ . Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a}{b}$ ?
4. Биссектрисы углов  $\angle B$  и  $\angle C$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$  на стороне  $AD$ . Прямая  $BK$  пересекает продолжение стороны  $CD$  в точке  $L$ . Во сколько раз площадь параллелограмма больше площади треугольника  $\triangle DKL$ ?
5. Решите уравнение  $2^x - 3^y = 295$  в натуральных числах.
6. Шахматная доска  $8 \times 8$  заполнена ладьями. Петя и Вася по очереди убирают с доски по одной ладье, начинает Петя. Убирать ладью, для которой не осталось бьющих её ладей, нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?
7. В равнобедренной трапеции  $ABCD$  точка  $H$  на основании  $AD$  такова, что  $BH$  — высота. Оказалось, что  $\angle BHC = \angle A$ . Известно, что  $AH = 10$ ,  $DH = 18$ . Найдите  $CH$ .
8. В классе учатся 20 ребят, у каждого хотя бы 7 друзей среди одноклассников (дружба взаимна). Докажите, что есть двое, у которых не менее трёх общих друзей.