

## Открытая олимпиада школьников по математике

7 класс, 2018 год

1. Существуют ли четыре таких различных делящихся на 3 числа, что сумма любых трёх из них делится на четвёртое?

2. Аня готовила блинчики, рассчитывая, чтобы трём членам её семьи досталось одинаковое количество блинов. Но что-то пошло не так: каждый третий блин Аня не смогла перевернуть; 40% от блинов, которые Аня смогла перевернуть, пригорели; а  $\frac{1}{5}$  от съедобных блинов Аня уронила на пол. Сколько процентов от задуманного количества блинов Аня смогла предложить своей семье?

3. По кругу стоят 20 блюдец, на них разложены 40 пирожков. За один ход разрешается взять 2 пирожка, лежащие на одном блюде, и переложить их на 2 соседних блюда. При любом ли начальном расположении пирожков можно добиться того, чтобы на всех блюдах оказалось поровну пирожков?

4. Дан треугольник  $ABC$ . Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  расположили на плоскости так, что треугольники  $ABK$ ,  $LBC$  и  $AMC$  оказались равны  $ABC$ . Какой знак неравенства следует поставить между полупериметром треугольника  $KLM$  и периметром треугольника  $ABC$ ?

Вершины треугольников указаны в произвольном порядке: например, нельзя утверждать, что при равенстве треугольников  $ABK$  и  $LBC$  точка  $A$  соответствует точке  $L$ .

5. В комнате собрались рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (и те, и другие точно есть). Им задали вопрос: «Сколько лжецов находится в комнате?». На этот вопрос были получены все возможные ответы от 1 до 100 (некоторые, возможно, несколько раз). Сколько на самом деле могло быть лжецов?

6. У Васи есть чертёжный инструмент — треугольник с углами  $40^\circ$ ,  $70^\circ$  и  $70^\circ$ . Как ему с его помощью построить равносторонний треугольник?

7. С числом, записанным на доске, разрешается выполнять одну из следующих операций:

1. Если в исходном числе есть цифра, не равная 9, имеющая две соседние цифры, большие 0, можно увеличить эту цифру на 1, а соседние уменьшить на 1.
2. Вычесть из любой ненулевой цифры, кроме последней, 1, а к следующей прибавить 3.
3. Уменьшить любую достаточно большую цифру на 7.

Если в результате какой-то из этих операций в числе на одном или нескольких первых местах оказываются нули, они автоматически отбрасываются.

Изначально на доске было записано число из ста восьмёрок. В конце осталось однозначное число. Какое именно?

8. Из клетчатого поля  $12 \times 12$  вырезали квадрат  $4 \times 4$ , лежащий на пересечении горизонталей с третьей по шестую и таких же вертикалей. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга ладей можно расставить на этом поле, если ладьи не бьют через вырезанные клетки?