

# Открытая олимпиада школьников по математике

8 класс, 2015 год

1. Мальчик Вася пытался вспомнить распределительный закон умножения и написал формулу:  $a+(b \times c) = (a+b) \times (a+c)$ . Потом он подставил в эту формулу три ненулевых числа и обнаружил, что получилось верное равенство. Найдите сумму этих чисел.
2. Числа  $p$  и  $q$  — различные ненулевые корни квадратного уравнения  $x^2 - ax + b = 0$ , а числа  $a$  и  $b$  — различные ненулевые корни квадратного уравнения  $x^2 - px - q = 0$ . Чему могут быть равны эти числа?
3. Петя, Вася и Тёма играют в игру. Первым ходит Петя, затем Вася, потом Тёма, затем снова Петя и т. д. Изначально на доске было написано число  $123456789 \dots 123456789$  (последовательность  $123456789$  повторяется 2015 раз). Своим ходом каждый игрок может стереть одну из цифр написанного на доске числа и прибавить её к получившемуся числу. Игра заканчивается, когда на доске остаётся одна цифра. Петя выигрывает, если это цифра 1, 4 или 7, Вася — если 2, 5 или 8, в остальных случаях выигрывает Тёма. Кто выигрывает при правильной игре?
4. Шестиугольник  $ABCDEF$  и точка  $M$  внутри него таковы, что четырёхугольники  $ABCM$ ,  $CDEM$  и  $EFAM$  — параллелограммы. Докажите, что треугольники  $BDF$  и  $ACE$  равны.
5. В треугольник  $ABC$  вписан квадрат  $KLMN$  со стороной 1: точки  $K$  и  $L$  лежат на стороне  $AC$ , точки  $M$  и  $N$  — на сторонах  $AB$  и  $BC$  соответственно. Площадь квадрата равна половине площади треугольника. Найдите длину высоты  $BH$  треугольника  $ABC$ .
6. Реки Штука и Турка в некоторой точке сливаются в реку Штукатурка. Города  $A$  и  $B$  находятся на реках Штука и Турка соответственно, причём город  $A$  в два раза дальше от точки слияния, чем город  $B$ . Пароход на путь из  $A$  в  $B$  по этим рекам тратит столько же времени, сколько и на путь из  $B$  в  $A$ . Докажите, что скорости течений Штуки и Турки отличаются не более, чем в два раза.
7. В клетках таблицы  $5 \times 13$  расставлены числа 0, 1 и 2, так, что в любом квадрате  $2 \times 2$  есть все три различных числа. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?
8. Аня и Коля собирали яблоки. Оказалось, что Аня собрала столько же яблок, сколько Коля собрал процентов от общего числа собранных ими яблок, при этом Коля собрал нечётное число яблок. Сколько яблок собрали Аня и Коля вместе?