

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 6 класс, 2023 год

1. Игорь и Паша играют в игру, по очереди ставя натуральные числа в вершины правильного шестиугольника (каждый может выбрать любую свободную вершину и поставить в неё любое натуральное число). После шести ходов, когда игра заканчивается, судья записывает на каждой стороне шестиугольника произведение чисел, стоящих в двух её концах. Затем все 12 чисел складываются. Если сумма нечётная, то выигрывает Игорь, а если чётная, то Паша.

Известно, что первым ходит Игорь. Кто из игроков сумеет выиграть при любых действиях соперника и как ему нужно действовать?

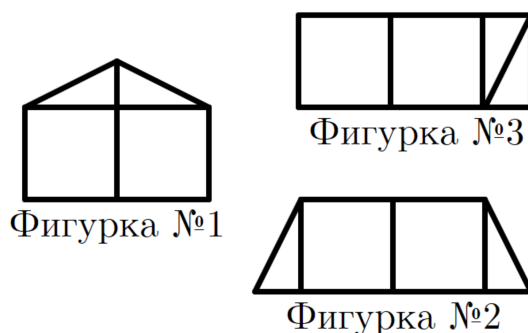
2. Есть 81 квадратик одинакового размера. Составьте из них два прямоугольника так, так чтобы их периметры были одинаковы. Лишних квадратиков остаться не должно.

3. Восемь мальчиков (Вася, Дима, Егор, Илья, Коля, Петя, Тема и Федя) встали друг за другом в каком-то порядке, после чего рассчитались от 1 до 8, при этом:

- номер Димы оказался втрое больше номера Ильи;
- Федя встал где-то после третьего мальчика, но до Коли;
- номер Васи вдвое меньше номера Пети;
- четвёртый мальчик сразу за Тёмой и где-то до Пети.

В каком порядке встали мальчики? Объясните, почему Вы так считаете.

4. У Иры есть два одинаковых квадрата и два одинаковых треугольничка, из которых она сложила три фигурки, как показано на рисунке, а затем посчитала периметры этих фигур. У первой фигуры он оказался равен 74, у второй — 84, у третьей — 82. Найдите длины сторон треугольника.



5. В весенний математический лагерь приехали от 50 до 70 детей. В честь дня числа π (14 марта) они решили подарить друг другу квадраты, если просто знакомы, и круги, если дружат. Андрей подсчитал, что каждому мальчику подарили 3 круга и 8 квадратов, а каждой девочке — 2 квадрата и 9 кругов. А Катя обнаружила, что всего кругов и квадратов было подарено одинаковое количество. Сколько детей приехали в лагерь?

6. Сколько чисел от 1 до 999 записываются в римской системе счисления тем же количеством символов, что и в десятичной?

Справка. Чтобы записать число римскими цифрами, надо разбить его на разрядные слагаемые, каждое разрядное слагаемое записать в соответствии с таблицей, а потом записать их последовательно от наибольшего к наименьшему. Например, пусть надо записать число 899, в соответствии с таблицей $800 = DCCC$, $90 = XC$, $9 = IX$, получаем $DCCCXCIX$.

1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	