

## Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

## Математика, 10 класс, 2023 год

1. Найдите сумму всех корней уравнения:

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 2024x + 1023131} + \sqrt{3x^2 - 2025x + 1023132} + \sqrt{4x^2 - 2026x + 1023133} = \\ = \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{2x^2 - 2x + 2} + \sqrt{3x^2 - 3x + 3}. \end{aligned}$$

2. Есть 8 белых кубиков одинакового размера. Марине нужно покрасить 24 грани кубиков в синий цвет, а остальные 24 грани — в красный. После этого Катя склеивает из них куб  $2 \times 2 \times 2$ . Если на поверхности куба столько же синих квадратов, сколько и красных, то Катя побеждает. Если нет, то побеждает Марина. Сможет ли Марина покрасить кубики так, чтобы Катя не смогла достичь цели?

3. Любимая телеигра Пети называется «Лотерея на диване». В течение игры телезрители могут присылать СМС-сообщения с трёхзначными числами, содержащими только цифры 1, 2, 3 и 4. В конце игры ведущий называет трёхзначное число, также состоящее только из этих цифр. СМС считается выигрышной, если число в ней отличается от числа ведущего не более чем в одном разряде (например, если ведущий назвал число 423, то сообщения 443 и 123 выигрышные, а 243 и 224 — нет).

Петя хочет отправить как можно меньше сообщений таким образом, чтобы хотя бы одно точно было выигрышным. Сколько СМС ему придётся отправить?

4. Дан вписанный четырёхугольник  $ABCD$  с прямым углом  $ADB$ . Через точку  $C$  проведена прямая  $l \parallel AD$ , на которой отмечена такая точка  $F$ , что угол  $BAF$  равен острому углу между диагоналями  $AC$  и  $BD$ , причём  $F$  и  $C$  по разные стороны от  $AB$ . Точка  $X$  такова, что  $FХСА$  — параллелограмм. Докажите, что точка  $X$  лежит на  $BD$ .

5. Решите в простых числах уравнение  $a^b + a + b = b^a$ .

6. На столе лежат 28 конфет. Петя считает некоторые из них вкусными. Вася за один ход может указать любой набор конфет и спросить Петю, сколько из них вкусных. Как Васе гарантированно найти все вкусные конфеты. . . (а) за 21 ход; (б) за 20 ходов?