

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 7 класс, 2020 год

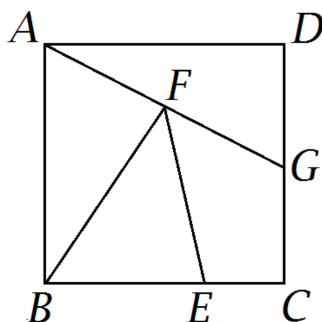
1. Если из прямоугольника на клетчатой бумаге вырезали (тоже по клеткам) прямоугольник, один (и только один) из углов которого совпадает с каким-то из углов исходного, то фигуру, оставшуюся после такого вырезания, будем называть Г-образной. Квадрат какого наименьшего размера можно разрезать на Г-образные фигуры?

2. Найдутся ли три натуральных числа, больших 1, произведение которых равно

$$500\,000\,080\,000\,003?$$

3. Полина написала восемь последовательных натуральных чисел и обвела четыре из них чёрной ручкой, а четыре — красной. Может ли произведение красных чисел оказаться в 20 раз больше произведения чёрных?

4. Квадрат разрезан на четыре части равной площади, как показано на рисунке. Найдите отношение $BE : EC$.



5. На одной конференции встретились известный ученый Франсуа и трое его не менее известных друзей: Карл, Рене и Леонард.

Франсуа, помимо своих научных достижений, известен ещё и тем, что является отцом нескольких детей, которые все родились в разные годы, но все в одну и ту же дату. Друзья заинтересовались, сколько лет каждому из детей, на что Франсуа дал им задачу. «Произведение возрастов моих детей, — сказал он, — как раз равно сумме дня и месяца их рождения. Сейчас я сообщу Карлу количество моих детей, Рене — месяц рождения, а Леонарду — день рождения, и попробуйте угадать, сколько им лет». После этого он шепнул на ухо друзьям указанную информацию.

Немного подумав, Карл воскликнул, что он точно знает возраст двоих детей Франсуа. «Ну тогда мы все понимаем, сколько детей, и сколько лет двум из них. Но я всё ещё не могу понять возраст остальных», — ответил Леонард. Рене тут же заметил: «А вот мне известен возраст всех детей, кроме самого старшего». После этого Леонард заключил, что теперь ему и, следовательно, всем троим точно известны возрасты всех детей. Сколько же у Франсуа детей и сколько лет каждому из них?

6. Шахматный конь проскакал по доске 3×4 , причём на первой клетке своего пути написал число n , на второй — число $n + 1$, ..., на последней — $n + 11$. Могло ли оказаться, что сумма чисел в каждой строке кратна трём и сумма чисел в каждом столбце кратна трём?