

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 5 класс, 2020 год

1. Можно ли разместить в квадрате 3×3 числа от 1 до 9 (каждое по одному разу) так, чтобы число в каждой угловой клетке было хотя бы на 4 больше, чем каждое из его соседей? Числа называются соседями, если у клеток, в которых они стоят, есть общая сторона.
2. Если из прямоугольника на клетчатой бумаге вырезали (тоже по клеткам) прямоугольник, один (и только один) из углов которого совпадает с каким-то из углов исходного, то фигуру, оставшуюся после такого вырезания, будем называть Г-образной. Квадрат какого наименьшего размера можно разрезать на Г-образные фигуры?
3. Двое играют в игру. Первый игрок пишет на пустой доске произвольное натуральное число, не кратное 10. Далее игроки по очереди (начиная со второго) пишут на доске какую-нибудь степень любого из чисел, написанного на доске. (Например, если на доске написаны числа 3 и 81, то можно написать любое из чисел $3 = 3^1$, $9 = 3^2$, $27 = 3^3$, $81 = 3^4$, $243 = 3^5$ и т. д., а также $81 = 3^4$, $6561 = 3^8$ и т. д.) Выигрывает тот из игроков, после хода которого сумма каких-нибудь чисел, написанных на доске, делится на 10. У кого из игроков есть способ выиграть при любой игре соперника? Как он должен действовать?
4. Квадрат со стороной 12 см разрезали на три прямоугольника одинакового периметра. Чему же равен этот периметр?
5. Экран калькулятора изначально выглядел так:



Но потом некоторые палочки на нём перегорели. Поэтому получилось, что $275 \times 9 = 1279$ (см. рис.). Восстановите, что вводили на самом деле и какое число получилось (найдите все возможные варианты и объясните, почему никаких других быть не может).

$$275 \otimes 9 \ominus 1279$$

6. У каждой из двух сестёр в кармане от 1 до 7 конфет. Папа может задать любой из них вопрос, на который она ответит «да» или «нет». Он хочет, задав не более 4 вопросов, выяснить, верно ли, что вместе у них больше 7 конфет. Придумайте, как ему это сделать.

Примечание. Каждый вопрос задаётся только одной из сестёр. Ни одна из сестёр не знает, сколько конфет в кармане у другой, поэтому каждую сестру можно спрашивать только об её конфетах.