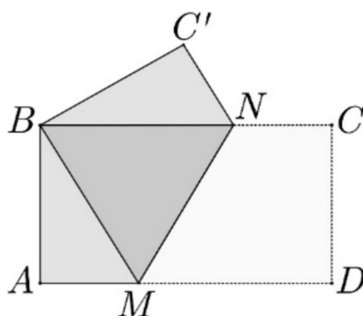


## Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

### Математика, 11 класс, 2020 год

1. Прямоугольник  $ABCD$  сложили вдоль линии  $MN$  так, что точки  $B$  и  $D$  совпали. Оказалось, что  $AD = AC'$ . Найдите соотношение сторон прямоугольника.



2. Юлианский календарь устроен так: каждый год с номером, кратным 4 — високосный; в обычном году 365 дней, а в високосном — на 1 больше; кроме этого, есть семидневная неделя. В результате существуют 14 видов года: невисокосный год, начинающийся в понедельник, во вторник, ..., в воскресенье; високосный год, начинающийся в понедельник, во вторник, ..., в воскресенье. Когда земляне поселились на планете Ялмез, то ввели календарь, в котором каждый год с номером, кратным  $v$  ( $v > 1$ ) — високосный; в обычном году  $x$  дней, а в високосном — на 1 больше; неделя по-прежнему состоит из 7 дней. Оказалось, что в таком календаре ровно  $n$  видов года. Найдите все возможные значения  $n$ .

3. В противоположных углах шахматной доски стоят Красная и Белая Королевы. Раз в минуту они случайным образом переходят на соседнюю по стороне клетку (одна только вправо или вверх, другая только влево или вниз). Какова вероятность, что они одновременно окажутся в одной клетке (и будут стоять там вместе в течение минуты)?

4. Каждая из двух сестёр загадала натуральное число от 1 до 1000. Папа по очереди задаёт сёстрам (то одной, то другой) вопросы, на которые можно ответить «да» или «нет». Он хочет, задав не более чем по 6 вопросов каждой из сестёр, выяснить, верно ли, что загаданные числа различаются более чем на 500. При этом ни одна из девочек не знает, что загадала другая, поэтому каждую сестру можно спрашивать только о её числе. Придумайте, как папе добиться цели.

5. При каком наибольшем  $n$  множество  $\{3, 4, 5, \dots, n\}$  можно так покрасить в синий и красный цвета, чтобы произведение двух любых (в том числе одинаковых) чисел одного цвета имело другой цвет?

6. Про вещественные числа  $m, n, x, y$  известно следующее:

$$\begin{cases} mx + ny = 4, \\ mx^2 + ny^2 = 2, \\ mx^3 + ny^3 = 6, \\ mx^4 + ny^4 = 38. \end{cases}$$

Чему равно  $((m + n)(x + y) + 5xy)(m + n + x + y)$ ?