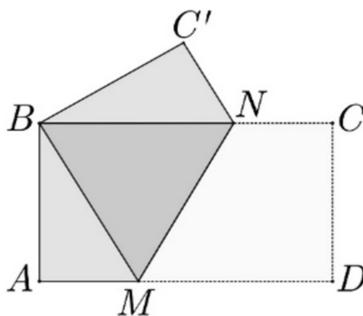


## Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

### Математика, 10 класс, 2020 год

1. На доске написано число 2. Двое играют в игру, делая ходы по очереди: каждый из игроков своим ходом может написать на доске любую степень двойки (то есть число вида  $2^k$ ,  $k \geq 1$ ). Игрок, после хода которого на доске появятся две одинаковые цифры, проигрывает. У кого из игроков (у того, кто начинает, или у его соперника) есть способ выиграть при любой игре другого? Как он должен действовать?

2. Прямоугольник  $ABCD$  сложили вдоль линии  $MN$  так, что точки  $B$  и  $D$  совпали. Оказалось, что  $AD = AC'$ . Найдите соотношение сторон прямоугольника.



3. Произведение положительных чисел  $x, y, z, t$  равно 1. Докажите, что если

$$x + y + z + y > \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{t} + \frac{t}{x}, \quad \text{то} \quad x + y + z + t < \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{t}{z} + \frac{x}{t}.$$

4. При каком наибольшем  $n$  множество  $\{3, 4, 5, \dots, n\}$  можно так покрасить в синий и красный цвета, чтобы произведение двух любых (в том числе одинаковых) чисел одного цвета имело другой цвет?

5. У каждой из двух сестёр в кармане от 1 до 1000 конфет. Папа по очереди задаёт сёстрам (то одной, то другой) вопросы, на которые можно ответить «да» или «нет». Он хочет, задав не более чем по 6 вопросов каждой из сестёр, выяснить, верно ли, что вместе у них больше 1000 конфет. При этом ни одна из девочек не знает, сколько конфет в кармане у другой, поэтому каждую сестру можно спрашивать только об её конфетах. Придумайте, как папе добиться цели.

6. Про вещественные числа  $m, n, x, y$  известно следующее:

$$\begin{cases} mx + ny = 4, \\ mx^2 + ny^2 = 2, \\ mx^3 + ny^3 = 6, \\ mx^4 + ny^4 = 38. \end{cases}$$

Чему равно  $((m + n)(x + y) + 5xy)(m + n + x + y)$ ?