

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 10 класс, 2015 год

1. Натуральные числа a , b , c и d таковы, что $2015^a + 2015^b = 2015^c + 2015^d$. Могут ли быть различными числа $a^{2015} + b^{2015}$ и $c^{2015} + d^{2015}$?
2. Сколько пятизначных чисел делятся на свою последнюю цифру?
3. Точки H , K и M лежат соответственно на сторонах BC , AC и AB треугольника ABC , в котором AH является высотой. Докажите, что AH служит биссектрисой угла KHM тогда и только тогда, когда AH , BK и CM пересекаются в одной точке.
4. Даны 10 последовательных целых чисел, превосходящих 1. Каждое из них разложили на простые множители, а через p обозначили наибольший из всех множителей. Какое наименьшее значение может принимать p ?
5. В плоском мире есть два острова, которые имеют форму выпуклых многоугольников. Прибрежными водами каждого острова считается часть моря, удалённая от берега не более чем на 50 км. Может ли случиться, что периметр первого острова больше, чем второго, а площадь прибрежных вод у второго острова больше, чем у первого? Считайте, что ближайшая к каждому острову суша находится на расстоянии больше 50 км.
6. Марк задумал число m и нашёл число k диагоналей у выпуклого m -угольника. Затем Марк сообщил Кириллу число k и предложил ему найти m . Перепутав вопрос, Кирилл пересчитал диагонали у выпуклого k -угольника. Их оказалось 2015. Найдите m .