

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

11 класс, 2022 год

1. Энергетические затраты Пончика во время еды пропорциональны корню квадратному из объема съеданной порции. Что выгоднее для экономии энергетического запаса: съесть свежую кулебяку как одну порцию или разделить ее на две? В какое максимальное количество раз (и в какую сторону) изменятся затраты при разделении кулебяки на две порции?

Увеличатся в $\sqrt{2}$ раз (максимально); выйдут из пропорции

2. Найдите все целочисленные решения данного уравнения, если таковые существуют.

$$\left[\frac{x}{2022} \right] + \left[\frac{x+1}{2022} \right] + \dots + \left[\frac{x+2021}{2022} \right] = \frac{\lg(2^x + 1) - \lg 6}{\lg 5 - \lg 10}.$$

Через $[a]$ здесь обозначена целая часть числа a .

$1 = x$

3. Колхоз имени Лопе де Вега планирует построить на своих землях два одинаковых прямоугольных в плане розария и квадратный в плане свинарник. Сумма периметров розариев должна быть больше периметра свинарника на 16 м, а суммарная площадь розариев превышать площадь свинарника на 16 кв. м. Если такой план может быть реализован, то найдите длины сторон всех строений. Если план нереален, то объясните почему.

Все помещения — квадраты со стороной 4 ед. длины

4. На каждой из сторон параллелограмма выбрано по произвольной точке. Точки на соседних сторонах параллелограмма соединены отрезками прямых. В результате от параллелограмма оказываются отсеченными четыре треугольника. Вокруг каждого из этих треугольников описана окружность. Докажите, что центры этих окружностей являются вершинами некоторого параллелограмма.

5. Охотник Пулька для своей собаки Бульки заказал на АлиЭкспресс три куля собачьего корма. Наутро после доставки один куль оказался съеден. Под подозрение попали четверо, и Незнайке удалось установить следующее.

1. Если алиби Пончика истинно, то Сиропчик также имеет алиби.
2. Если Пончик ел корм, то либо Сиропчик, либо Авоська тоже ел корм (либо оба вместе).
3. Из двух показаний: «Авоська ел корм», «Пончик не ел, но при этом ел Небоська» — хотя бы одно истинное.
4. Если Небоська ел корм, то также ел либо Авоська, либо Сиропчик (либо оба вместе).

Кого из подозреваемых Незнайка может гарантированно обвинить в поедании за ночь целого куля собачьего корма?

Авоська точно ел, про остальных сведений вывод невозможен