

## Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

7 класс, 2019 год

1. Головастики триасовой дискоглоссы имеют по пять ног, а у головастиков саблезубой лягушки отрастает несколько хвостов (у всех одинаковое количество). Сотрудник парка юрского периода зачерпнул вместе с водой несколько головастиков. Оказалось, что всего у пойманных было 100 ног и 64 хвоста. Сколько же хвостов имеет каждый головастик саблезубой лягушки, если все пятиногие головастики имеют один хвост, а все многохвостые — четыре ноги?
2. Может ли число  $n^2 + n + 2$  делиться на 2019 при каких-либо натуральных  $n$ ? Либо найдите такое минимальное  $n$ , либо докажите невозможность.
3. Винтик и Шпунтик проектировали нановездеход. Винтик начертил прямоугольник  $9 \times 11$  см и отметил в нем двести точек — мест под заклепки. Шпунтик разлиновал прямоугольник на квадратные отсеки со стороной 1 см. При этом ни одна пометка Винтика не попала на линии Шпунтика. Докажите, что обязательно найдется отсек, на который приходится три или более заклепки.
4. В двух отделах лаборатории «Фантасмагория» разрабатывают мобильные приложения под Android и под iOS. В один из рабочих дней все сотрудники этих отделов обменялись некоторым количеством сообщений. При этом каждый разработчик из Android-отдела отправил по 7, а получил по 15 сообщений, а каждый разработчик из iOS-отдела отправил по 15, а получил по 9 сообщений. Сообщения могли быть отправлены как сотруднику своего, так и чужого отдела. В каком отделе работает больше сотрудников?
5. Как-то раз Баба Яга и Кощей Бессмертный пытались поровну поделить чудесный порошок, который все обращает в золото. Баба Яга достала весы и взвесила весь порошок. Весы показали 6 золотников. Затем она стала убирать порошок, пока весы не показали 3 золотника. Однако Кощей заподозрил, что весы врут, и взвесил отдельно на тех же весах (других не было) отсыпанную часть порошка. Весы показали 2 золотника. Определите точный вес тех двух частей, на которые Баба Яга разделила порошок. Считайте, что если весы врут, то всегда на одну и ту же величину.