

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

10 класс, 2019 год

1. На факультете ядерного дирижаблестроения подсчитали, что в процентном отношении мальчиков на первом курсе больше, чем мальчиков на всем факультете. Кого (в процентном отношении) больше — первокурсников среди всех мальчиков факультета или всех студентов первого курса среди всех студентов факультета?
2. Может ли число $n^2 + n + 17$ делиться на 2019 при каких-либо натуральных n ? Либо найдите такое минимальное n , либо докажите невозможность.
3. Два пловца проводят тренировки на карьере прямоугольной формы. Первому удобнее выходить на угол карьера, поэтому он проплывает по диагонали до противоположного угла и обратно. Второму пловцу удобнее начинать из точки, которая делит один из берегов карьера в отношении 2018 : 2019. Он проплывает по четырехугольнику, посещая по одной точке на каждом берегу, и возвращается к месту старта. Может ли второй пловец так выбрать точки на трех других берегах, чтобы его путь был короче, чем у первого? Какое минимальное значение может иметь отношение длины большего пути к меньшему?
4. В кладовой Пончика и в кладовой Сиропчика запасено суммарно 100 кг варенья. На поедание своих запасов у каждого коротышки ушло одинаковое время несмотря на то, что они обладают разной прожорливостью. «Если бы мой запас был равен твоему, то я бы съел его за 45 дней» — заявил товарищу Пончик. «А если бы мой запас был равен твоему, я бы съел его всего за 20 дней» — ответил Сиропчик. Какое количество варенья и с какой прожорливостью съел каждый из коротышек?
5. Верно ли неравенство

$$\sqrt{\underbrace{2019 + \sqrt{2019 + \dots + \sqrt{2019}}}_{2019 \text{ раз}}} < 2019?$$