

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

8 класс, 2018 год

1. В ряд выписаны 100 ненулевых чисел. Каждое число кроме первого и последнего равно произведению двух соседних с ним чисел. Первое число равно 2018. Найдите последнее число в таком ряду.
2. В футбольном турнире каждая команда должна сыграть по одному матчу с каждой из остальных. Но в ходе турнира половина всех команд была дисквалифицирована и выбыла из дальнейшего участия. В результате оказалось сыграно 77 матчей, а выбывшие команды успели сыграть все матчи между собой, причем число всех матчей, сыгранное каждой выбывшей командой, одинаково. Сколько команд было в начале турнира?
3. Число b является средним арифметическим чисел a и c . Найдите все упорядоченные тройки (a, b, c) таких чисел, для которых хотя бы одно из чисел $1/a, 1/b, 1/c$ является средним арифметическим двух других.
4. В 9 часов утра из порта О в порт Е вышли корабли «Анин» и «Ванин». В тот же момент из порта Е в порт О отправился корабль «Санин». Все три судна идут одним курсом («Санин» навстречу «Анину» и «Ванину») с постоянными, но различными скоростями. В 10 часов утра «Ванин» находился на одном расстоянии от «Анина» и «Санина». В 10 часов 30 минут «Санин» находился на одинаковом расстоянии от «Анина» и «Ванина». В какой момент «Анина» окажется посередине между «Ваниным» и «Саниным»?
5. Числа $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n$ удовлетворяют условиям

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = 2018^2, \quad b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2 = 2017^2,$$

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n = 2017 \cdot 2018.$$

Найдите отношения $a_1/b_1, a_2/b_2, \dots, a_n/b_n$.