

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

10 класс, 2016 год

1. В стране «Энергетика» 150 заводов и некоторые из них соединены автобусными маршрутами, которые не останавливаются нигде, кроме этих заводов. Оказалось, что любые четыре завода можно разбить на две пары так, что между заводами каждой пары ходит автобус. Найдите наименьшее число пар заводов, которые могут быть соединены автобусными маршрутами.

2. Для числовой последовательности $x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots$ выполняются соотношения

$$2x_n = x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1} - x_n$$

при всех $n = 0, 1, 2, \dots$. Найдите каждый член x_n такой последовательности и значения сумм $S_n = x_0 + x_1 + \dots + x_n$.

3. Шесть чисел записаны в ряд. Известно, что среди них есть единица и любые три соседних числа имеют одинаковое среднее арифметическое. Найдите максимальное значение среднего геометрического любых трех соседних в этом ряду чисел, если среднее арифметическое всех шести чисел равно A .

4. Дан квадратный трехчлен $g(x) = x^2 + ax + b$, имеющий ровно один корень. Найдите коэффициенты a и b , если известно, что и многочлен $g(x^5 + 2x - 1) + g(x^5 + 3x + 1)$ имеет ровно один корень.

5. Имеется 4 числа, не все из которых одинаковы. Если взять любые два из них, то отношение суммы этих двух чисел к сумме двух других чисел будет равно одному и тому же значению k . Найдите значение k . Укажите хотя бы одну четверку чисел, удовлетворяющих условию. Опишите все возможные четверки таких чисел и выясните, сколько их.