

## Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

## 10 класс, 2015 год, вариант 2

1. Станция связана линиями с несколькими предприятиями, при этом

1. среди любых 3 линий есть ведущая на предприятие города М;
2. среди любых 4 линий есть ведущая на предприятие поселка П.

Может ли число линий быть меньше 5? Если оно не меньше 5, то найдутся ли среди любых 5 линии, не ведущие ни в М, ни в П?

2. Найдите все значения  $x$ , при которых величины  $\operatorname{tg} x$  и  $\operatorname{tg} 2x$  являются целыми числами.

3. Квадратное уравнение  $x^2 + px + q = 0$  имеет ровно один корень. Положим  $T(x) = x^2 + px + q$ . Известно, что уравнение  $T(T(T(x))) = 0$  имеет ровно три различных корня. Найдите их.

4. После полудня прошло целое число минут, и в этот момент угол между часовой и минутной стрелками составил ровно 2 градуса. Какое время показывают часы, если это событие произошло впервые после полудня?

5. В городе работают три банка. Известно, что вклад, размещенный в одном из них (неизвестно в каком), через год удвоится, в другом (тоже неизвестно, в каком) — утроится, а один из банков (неизвестно, какой из трех) разорится, и вкладчик потеряет свои деньги. У Ивана Ивановича есть 600000 рублей. Он хочет рискнуть и разместить свои деньги в банках на год. Как ему разложить деньги по банкам, чтобы при самом плохом ходе событий получить максимально возможный доход (некоторую сумму он может оставить и дома)? Какую сумму в этом случае он получит на руки через год?

6. Господин Сыр Жуй, большой поклонник Фэн-шуй, владеет парком, представляющим собой прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha = \frac{11}{24}\pi$  и гипотенузой длины 640 м и желает устроить в нем лабиринт аллей. Для этого прокладываются аллеи, идущие вдоль медианы и высоты, опущенных из прямого угла. Эти аллеи вместе с отсекаемой частью гипотенузы образуют новый прямоугольный треугольник. В нем из прямого угла снова прокладываются аллея-высота и аллея-медиана и т. д.

1. Найдите длину аллеи-гипотенузы 5-го треугольника.
2. Найдите площадь 5-го треугольника.

7. Пьедестал олимпиады «Последняя надежда математики» состоит из трех ступеней. В вертикальном разрезе он представляет собой три состыкованных прямоугольника, длины которых образуют арифметическую прогрессию, а высоты — геометрическую. Площади прямоугольников равны соответственно 15, 60, 180  $\text{дм}^2$ , а их общая длина составляет 30  $\text{дм}$ . Найдите размеры пьедестала, учитывая, что ступень с самой маленькой длиной имеет и самую маленькую высоту.