

Олимпиада «Бельчонок» по математике

8 класс, 2022 год, вариант 1

1. Существует ли прямоугольный параллелепипед, все стороны которого выражаются целыми числами, а объем численно равен его площади поверхности?
2. Оба корня квадратного трехчлена $x^2 + px + q$ увеличили на 3, после чего получились корни трехчлена $x^2 - 2px - q$. Найдите p и q .
3. Серединные перпендикуляры к диагоналям LN и KM выпуклого четырехугольника $KLMN$ пересекают сторону KN в точках P и Q соответственно (P лежит между K и Q). Оказалось, что $LP \parallel MQ$. Докажите, что $LN \perp KM$.
4. Числа 1, 2, 3, ..., 9, 10 записали в ряд в произвольном порядке, и посчитали следующие суммы: первая сумма S_1 равняется первому числу, вторая сумма S_2 равняется сумме первого и второго чисел, S_3 равняется сумме первого, второго и третьего чисел, и т. д. Последняя сумма S_{10} равняется сумме всех чисел. Какое наибольшее возможное количество простых чисел может оказаться среди сумм S_1, S_2, \dots, S_{10} ?
5. Шесть команд провели турнир – каждая команда сыграла с каждой по разу. За ничью начислялось 1 очко, за проигрыш очков не давалось. Шесть команд набрали соответственно 12, 10, 9, 8, 7 и 6 очков. Сколько очков (не обязательно целое число) начислялось за победу?