

Олимпиада «Бельчонок» по математике

11 класс, 2022 год, вариант 3

1. Сугроб высотой 468 см за первый час уменьшился на 6 см по высоте, за второй час — на 12 см по высоте, ..., за k -й час — на $6k$ см по высоте. За некоторое время T сугроб растаял полностью. Какая часть сугроба по высоте растаяла за время $T/2$?
2. На границе круглой поляны по часовой стрелке отмечены точки A, B, C, D . В точке A находится бельчонок Ан, в точке B — бельчонок Бим, в точке C стоит сосна, в точке D — дуб. Бельчата одновременно начали бежать, Ан к сосне, Бим к дубу. Они столкнулись в точке M , которая находится ближе к сосне, чем к дубу. Верно ли, что если бы Ан побежал из точки A к дубу, а Бим из точки B к сосне, Ан прибежал бы первым? Каждый бельчонок бежит по прямой и со своей постоянной скоростью.
3. Каким числом способов можно разложить 30 яблок в 3 корзинки так, чтобы в первой корзинке лежало меньше яблок, чем во второй, во второй меньше, чем в третьей, и пустых корзинок не было?
4. В выпуклом семиугольнике $ABCDEFG$ рассматриваются семь четырёхугольников, вершинами которых являются четыре последовательные по часовой стрелке вершины семиугольника. Могут ли четыре из семи четырёхугольников быть описанными?
5. Найдите все пары $(x; y)$ натуральных чисел, для которых оба числа $x^2 + 8y; y^2 - 8x$ являются точными квадратами.