

Олимпиада «Бельчонок» по математике**8 класс, 2021 год, вариант 2**

1. Вася написал число, а Петя написал число на 1 больше. Потом Вася написал ещё одно число, а Петя написал число на 3 больше. Могли ли суммы квадратов чисел Васи и Пети быть равными?

2. В финал шоу вышли 4 девушки: Саша, Аня, Женя, Даша. Каждый из 60 зрителей выбрал ровно одну девушку победительницей, и нажал кнопку с её именем. Затем всем 60 зрителям задали 4 вопроса. 1) Кто выбрал Сашу, поднимите руку! Было 20 поднятых рук. 2) Кто выбрал Аню, поднимите руку! Было 13 поднятых рук. 3) Кто выбрал Женю, поднимите руку! Была 21 поднятая рука. 4) Кто выбрал Дашу, поднимите руку! Было 10 поднятых рук. Две руки враз никто не поднимал. Однако некоторые зрители поднимали руку честно, а другие — обманывали, поднимали руку наоборот. Если, например, обманщик выбрал Аню, то он не поднимал руки, когда называли её имя, но поднимал, когда называли Сашу, Женю, Дашу. Сколько было обманщиков?

3. Сколько различных восьмизначных чисел можно составить из двух единиц, двух двоек, двух троек, трёх четвёрок? (Каждый раз одна из цифр не используется).

4. В параллелограмме $ABCD$ со сторонами $AB = 14$, $BC = 9$ провели биссектрисы внутренних углов A , B , C , D . В пересечении они образовали четырёхугольник $KLMN$. Затем провели биссектрисы внешних углов параллелограмма $ABCD$, они образовали четырёхугольник $PQRS$. Найдите длины диагоналей четырёхугольников $KLMN$ и $PQRS$.

5. Известно, что для положительных чисел a и b при некотором натуральном $n \geq 2$ выполняются соотношения

$$a^n = a + 1, \quad b^{2n} = 3a + b.$$

Можно ли определить, какое из чисел a и b больше другого?