

Олимпиада «Бельчонок» по математике**8 класс, 2021 год, вариант 1**

1. Существуют ли такие 5 чисел, сумма которых ровно в 10 раз больше суммы квадратов этих чисел?
2. Аня записывает в тетради четырёхзначные числа, а Тоня записывает пятизначные числа. В каждом числе Тони и Ани нет нуля и нет одинаковых цифр, и цифры расположены в порядке убывания. Сколько разных чисел может написать Аня, и сколько — Тоня?
3. Бельчата находятся на одной прямой в точках A , B , C причём средний бельчонок A в два раза ближе к бельчонку C , чем к бельчонку D . Все они смотрят в точку D (там белый гриб). Отрезок между бельчонком A и точкой D образует угол 45° с прямой, на которой сидят бельчата, а отрезок между бельчонком B и точкой D образует угол 60° с этой прямой. Какой угол образует с прямой, на которой сидят бельчата, отрезок между бельчонком C и точкой D ?
4. В классе учатся 28 человек: отличники, троечники и двоечники. Всем ученикам было задано по два вопроса: «Отличников больше, чем двоечников?», «Троечников больше чем двоечников?». На каждый вопрос ответ «Да» дала ровно половина учеников, остальные сказали «Нет». Отличники на все вопросы отвечают правильно, двоечники всегда ошибаются. Троечник может на первый вопрос ответить верно, тогда на второй вопрос он отвечает неверно. Если же троечник на первый вопрос отвечает неверно, тогда на второй вопрос он отвечает верно. Что ответил на первый вопрос отличник?
5. Числа a , b , c удовлетворяют условиям: $a + b + c = 0$, $abc < 0$. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b^2}{c} + \frac{b^2 + c^2}{a} + \frac{c^2 + a^2}{b} > 0.$$