

Олимпиада «Бельчонок» по математике

8 класс, 2020 год, вариант 1

1. Для положительных действительных чисел x, y сравните значения выражений $\frac{x}{x^3+xy+1}$ и $\frac{1}{x+y+1}$.
2. Бельчата Билли, Вилли и Дилли были кандидатами в президенты леса. После оглашения результатов оказалось, что все кандидаты в сумме набрали 146% голосов. Оказалось, что по ошибке процент голосов за Билли был посчитан не от общего числа проголосовавших, а от числа голосовавших за Билли или Вилли. Остальные проценты были подсчитаны верно. Известно, что за Вилли проголосовало больше 2000 жителей леса. Докажите, что за Билли проголосовало больше 1700 жителей леса.
3. В параллелограмме $ABCD$ отмечены середины оснований BC и AD — точки E и F , соответственно. Из точки D на сторону AB опущена высота DH . Докажите, что $BF = EH$.
4. На шахматной доске 8×8 расставляют два чёрных и n белых ферзей так, что одноцветные ферзи не бьют друг друга. При каком наибольшем n это возможно? (Ферзь ходит на любое число полей по вертикали, горизонтали или диагонали и не бьет насквозь через другую фигуру.)
5. Выражение $n!$ означает произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно, т. е. $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$. Решите в натуральных числах уравнение $n! - 4n^2 + 18 = m^2 + 4nm - 20m$.