

Олимпиада «Бельчонок» по математике**10 класс, 2018 год**

1. Бельчонок задумал натуральное двузначное число n , и сосчитал сумму натуральных чисел от 1 до n . Он получил число, заканчивающееся цифрой 5. Потом он сосчитал сумму натуральных чисел от 1 до $(n+1)$ и в результате тоже получил число, заканчивающееся цифрой 5. Какое наименьшее число n могло быть задумано?

2. Найдите все действительные решения системы

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8, \\ x^3 + y^3 = 16. \end{cases}$$

3. Выпуклый 77-угольник имеет периметр 108. Докажите, что найдутся три вершины, образующие треугольник с площадью меньше 1.

4. В плоскости даны треугольник ABC и прямая α . С помощью циркуля и линейки разделите треугольник на 7 равновеликих частей прямыми, параллельными прямой α в случаях а) прямая α параллельна основанию BC треугольника; б) прямая α не параллельна ни одной из сторон треугольника.

5. Найдите минимальное значение выражения

$$\frac{2}{2-x} + \frac{8}{8-y}$$

при условии, что $0 < x < 2$, $0 < y < 8$ и $xy = 1$.