

## Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

### Математика, 7 класс, 2023 год

1. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 5, с суммой цифр 100. Ответ обоснуйте.
2. В треугольнике  $ABC$  точка пересечения медиан равноудалена от всех трех вершин. Докажите, что треугольник  $ABC$  равносторонний.
3. Существует ли набор из 25 различных целых чисел, обладающих следующим свойством: сумма всех 25 чисел равна нулю, а для любых 24 из них модуль суммы больше 25?
4. В отряде космонавтов 20 человек, у каждого не менее 14 друзей в отряде. В космос требуется отправить экипаж, в котором все дружат между собой. Обязательно ли удастся сформировать экипаж из четырех человек?
5. В каждую клетку клетчатого квадрата  $9 \times 9$  записаны нули. За один ход разрешается выбрать строку и прибавить произвольное положительное число к любым двум соседним клеткам в выбранной строке (прибавляемое число разрешается менять от хода к ходу). Можно ли за несколько ходов составить квадрат, в котором суммы во всех девяти столбцах совпадают?