

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 7 класс, 2021 год

1. В четырехзначном числе Петя зачеркнул первую цифру и получил трехзначное число. Затем он разделил исходное число на это трехзначное и получил частное 3, а остаток 8. Чему равно исходное число? (Найдите все возможные числа.)
2. В четырехугольнике $ABCD$, у которого $AB = CD$, проведена диагональ AC . Докажите, что если угол ACB тупой, то угол ADC острый.
3. У Коли семь старинных монет: четыре одинаковых дублона и три одинаковых кроны. Точный вес монет он забыл, но помнит, что дублон весит 5 или 6 грамм, а корона — 7 или 8 грамм. Сможет ли он узнать точный вес монет при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь?
4. Клетчатый прямоугольник со стороной клетки 1 см и площадью 2021 см^2 двумя перпендикулярными разрезами вдоль линий сетки разрезали на четыре прямоугольные части. Докажите, что хотя бы у одной из частей площадь не менее 528 см^2 .
5. Вдоль окружности записали в некотором порядке 25 чисел: $1, 2, \dots, 25$. Могло ли оказаться так, что любые два соседних числа отличаются либо на 10, либо в несколько (целое число) раз?