

# Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

## Математика, 7 класс, 2017 год

1. Ученикам 7а класса объявили, что для них будет организован драмкружок, если в него запишется не менее 14 человек. Оказалось, что среди записавшихся более 85% девочек и в списке есть друзья Петя и Дима. Докажите, что кружок будет организован.
2. В вершинах куба расставили целые числа, а затем для каждой грани подсчитали произведение четырех чисел в вершинах этой грани. Могло ли оказаться так, что все шесть подсчитанных произведений отрицательны?
3. На доске записано 100 натуральных чисел (не обязательно различных).
  - а) Докажите, что если сумма любых трех чисел на доске меньше суммы любых четырех из оставшихся, то сумма любых двух чисел на доске меньше суммы любых трех из оставшихся.
  - б) Верно ли, что если сумма любых двух чисел на доске меньше суммы любых трех из оставшихся, то сумма любых трех чисел на доске меньше суммы любых четырех из оставшихся?
4. Есть 20 палочек длины  $1, 2, \dots, 20$ . Можно ли из них сложить
  - а) квадрат;
  - б) равносторонний треугольник? (Нужно использовать, не ломая, все палочки.)
5. Андрей и Сева собрались в гости к Боре. Андрей находится в пункте  $A$ , а Боря — в пункте  $B$  на расстоянии 30 км от пункта  $A$  по прямому шоссе. Сева находится в пункте  $C$  ровно посередине между  $A$  и  $B$ . Друзья решили отправиться одновременно: Андрей на велосипеде, а Сева пешком, но Андрей оставит велосипед в условленном месте, чтобы им воспользовался Сева (Андрей закончит путь пешком). На велосипеде мальчики двигаются со скоростью 20 км/час, а пешком — со скоростью 5 км/час. Где надо оставить велосипед, чтобы друзья смогли вместе как можно раньше попасть к Боре?