

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»**Математика, 8 класс, 2015 год**

1. Перед соревнованиями по бегу Петя планировал бежать всю дистанцию с постоянной скоростью V . Однако, узнав результаты соперников, Петя решил, что нужно повысить запланированную скорость на 25%. С такой повышенной скоростью он пробежал половину дистанции, но устал, так что вторую половину дистанции он бежал со скоростью, на 20% меньшей скорости V . Какое время показал Петя: больше или меньше запланированного?
2. В пятизначном числе зачеркнули одну цифру и полученное четырехзначное число сложили с исходным. Сумма оказалась равной 54 321. Найдите исходное число.
3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точки P и Q — середины сторон AB и CD . Оказалось, что прямая PQ делит диагональ AC пополам. Докажите, что PQ делит и диагональ BD пополам.
4. Имеется десять монет разного веса и чашечные весы без гирь. Требуется выделить две монеты — самую тяжелую и самую легкую. Можно ли этого добиться за 13 взвешиваний?
5. а) Дана прямоугольная таблица размера 4×10 (клеток). Какое наибольшее количество крестиков можно поставить в клетки этой таблицы, чтобы выполнялось такое условие: в каждой строке и в каждом столбце таблицы должно стоять нечетное количество крестиков?
б) Можно ли поставить несколько крестиков в таблицу размера 5×10 , чтобы выполнялось указанное условие?