

Параметры и графики

1. («Шаг в будущее», 2023, 8.4) При каких значениях параметра a уравнение

$$|x - 2 + |2x + 2|| = a$$

имеет нечетное количество решений?

$$\xi = \nu$$

2. («Физтех», 2016, 9.4) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a|2 - x| + \frac{x^2 - x - 6}{3 - x} = 0$$

имеет ровно одно решение.

$$\{\xi\} \cap [1; 1-)$$

3. («Физтех», 2020, 9.7) Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} a^2 - 2ax - 6y + x^2 + y^2 = 0, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$$(21; 6) \cap \{0\} \cap (9-; 12- \ni \nu$$

4. («Физтех», 2020, 10.7) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$$001 = a \text{ или } 4 = a$$

5. («Физтех», 2012) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - a^2 \leq 2x - 4y - 5, \\ x^2 + y^2 - 9a^2 \leq 8y - 14x - 61 + 12a \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

$$2, -3$$

6. («Физтех», 2016, 10.5, 11.6) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|y + 9| + |x + 2| - 2)(x^2 + y^2 - 3) = 0, \\ (x + 2)^2 + (y + 4)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

$$9; 23 + 4\sqrt{15}$$

7. («Физтех», 2015, 10.4, 11.6) Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся такое число b , что система

$$\begin{cases} y = x^2 - a, \\ x^2 + y^2 + 8b^2 = 4b(y - x) + 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение (x, y) .

$$\left[\infty + \frac{1}{1} - \sqrt{\quad} \right]$$

8. («Физтех», 2016, 11.6) Дана система уравнений

$$\begin{cases} |9 + 8y - x^2 - y^2| + |8y| = 16y + 9 - x^2 - y^2, \\ (a + 4)x - 13y + a = 0. \end{cases}$$

а) Изобразите на плоскости (x, y) множество точек, удовлетворяющих первому уравнению системы, и найдите площадь полученной фигуры.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система имеет ровно одно решение.

$$\left[\frac{5}{6} - 6 - (9 - \frac{5}{6}) \sin \frac{\pi}{6} + 25\pi + 25 \right] \text{ а)}$$

9. («Покори Воробьёвы горы!», 2013, 10–11.3) При каких значениях параметра a площадь фигуры, заданной на плоскости (x, y) системой

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2ax - ay \leq 1 - \frac{5a^2}{4}, \\ y^2 + 4xy + 4x^2 \leq 25a^2, \end{cases}$$

максимальна?

$$\left[\frac{5\sqrt{2}}{2} \leq |a| \right]$$

10. («Физтех», 2013) При каких значениях параметра a существует единственная пара чисел (x, y) , удовлетворяющая системе неравенств

$$\begin{cases} (x^2 - xy + 3y^2)(y^2 - 25) \geq 0, \\ |x + 2 + y| + |y + 2 - x| \leq a? \end{cases}$$

$$\left[(9; 7] \right]$$

11. («Покори Воробьёвы горы!», 2013, 10–11.2) Найдите все значения a , при каждом из которых для любого значения b система

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (|y - 1| - 1)^2 = 4, \\ y = b|x + 2| + a \end{cases}$$

имеет решения.

$$\left[\sqrt{3} + 2; \sqrt{3} \right]$$

12. («Ломоносов», 2012, 10–11.4) Найдите все значения $a > 0$, при каждом из которых из неравенства $x^2 + y^2 \leq a$ следует неравенство $(|x| + 4)(|y| + 4) \leq 49$.

[81;0)

13. («Покори Воробьёвы горы!», 2013, 10–11.4) Найдите множество значений выражения $x - y + 1$ при условии

$$(x - y)^2 = 2|2y - x| + x + 15.$$

$(\infty+;9] \cap [7-\infty-)$

14. («Физтех», 2017, 11) Найдите все значения параметра b такие, что система

$$\begin{cases} x \cos a + y \sin a - 2 \leq 0, \\ x^2 + y^2 + 6x - 2y - b^2 + 4b + 6 = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение при любом значении параметра a .

$(\infty+;0] \cap [0] \wedge -7; \infty-)$

15. (ОММО, 2014.8) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|\ln|x|| = ax$ имеет три решения.

$(\frac{2}{1};0) \cap (0;\frac{2}{1}-)$

16. (ОММО, 2015.8) При каких значениях параметра a уравнение

$$\ln(x - 2a) - 3(x - 2a)^2 + 2a = 0$$

имеет единственный корень?

$\frac{7}{9} \cup \frac{1}{1}$

17. (ОММО, 2016.8) При каких значениях параметра a уравнение

$$x^3 + ax^2 + 13x - 6 = 0$$

имеет единственное решение?

$(\frac{8}{19}; \frac{8}{27}-) \cap (8-\infty-)$

18. («Физтех», 2023, 10.6) Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x + 8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

$\left\{ \frac{99}{8} \wedge \mp; \frac{4}{1} \wedge \mp \right\} \ni v$

19. («Физтех», 2023, 11.4) Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

$$\left(\frac{11}{01} ; \frac{11}{01} - \right) \ni v$$

20. («Физтех», 2022, 10.6) Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$2x^2 - x - 1 \leq ax + b \leq x + |2x - 1|$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}]$.

$$\frac{v}{1} = q \cdot \frac{z}{\xi} = v$$

21. («Физтех», 2022, 11.6) Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$\frac{12x + 11}{4x + 3} \leq ax + b \leq -8x^2 - 30x - 17$$

выполнено для всех x на промежутке $[-\frac{11}{4}; -\frac{3}{4}]$.

$$\frac{z}{1} = q \cdot z = v$$